

Rute Alexandra Baião Carrujo

# **SEGURO DE DEPENDÊNCIA**

**Proposta de um modelo de avaliação  
financeiro-actuarial**

Lisboa  
2008

UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA  
Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Departamento de Matemática

# **SEGURO DE DEPENDÊNCIA**

**Proposta de um modelo de avaliação  
financeiro-actuarial**

Rute Alexandra Baião Carrujo

Lisboa  
2008

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências e Tecnologia da  
Universidade Nova de Lisboa para obtenção do grau de Mestre em  
Matemática e Aplicações

Orientador: Professor Doutor Manuel Leote Tavares Inglês Esquível

---

Ao meu filho Tomás



## AGRADECIMENTOS

O meu agradecimento vai especialmente para a minha *família*, marido e filho, pela paciência, compreensão, presença, ajuda, e por todas as privações de tempo e disponibilidade que a realização deste trabalho exigiu.

Ao meu *marido* em especial pelo estímulo, paciência, por nunca ter deixado de acreditar em mim e na concretização deste trabalho tendo sempre uma palavra de incentivo nos momentos de maior desânimo e cansaço, e também por ajudar em tarefas concretas do nosso dia-a-dia para que a minha disponibilidade para a concretização deste trabalho fosse total.

Ao *Professor Doutor Manuel Esquível*, meu orientador, pelas sugestões, críticas e pelo apoio que sempre me deu dando-me constantes incentivos que para mim foram sempre muito importantes para a manutenção da motivação na elaboração deste trabalho.

---

## **RESUMO**

De amplitude mundial, o envelhecimento da população é um fenómeno resultante da constante diminuição da taxa de natalidade e aumento da longevidade, com fortes consequências sociais e económicas, nomeadamente o aumento de situações de dependência das pessoas idosas.

Nesta perspectiva, o presente trabalho tem por objectivo principal apresentar uma aproximação à formulação financeiro-actuarial de um seguro que cubra o risco de dependência, permitindo assim a estimação e a análise dos custos individuais esperados dos cuidados de longa duração com pessoas com idade superior a 65 anos em Portugal, bem como da respectiva tarifa de um seguro desta natureza. Neste sentido, e considerando um exemplo prático composto de cinco estados, dos quais três correspondem a diferentes graus de dependência, é proposto um modelo de múltiplos estados, baseado numa cadeia de Markov, para a definição da estrutura probabilística de base do modelo em construção. Pretende-se então elaborar um modelo de avaliação financeiro-actuarial válido ao sector privado dos seguros em Portugal como uma ferramenta de base à avaliação de uma possível e futura oferta de produtos que cubram, no todo ou em parte, a procura deste tipo de serviços.

**Palavras-chave:** Seguro de Dependência, Processos Estocásticos de Markov, Modelos de Múltiplos Estados, Avaliação Actuarial.

---

## **ABSTRACT**

To world-wide amplitude, the aging of the population is a phenomenon that results of the constant reduction of the birth rate and the increasing of the longevity, with strong social and economical consequences, namely the increasing of old people dependence's situations.

In this perspective, the aim of this study is to present an approximation to the actuarial formulation of an insurance that covers the risk of dependence of the elderly people after retirement, allowing the estimation and the analysis of the expected individual costs from the long-term care with portuguese people aged 65 and over, as well as the premium of an insurance of this nature. In this sense, considering a practical example that consists in five states, three of them corresponding to different degrees of dependence, it is proposed a multi-states model based on a chain of Markov, to define the probabilistic structure of the model in construction. Therefore, it intends to prepare a valid actuarial model of evaluation for the insurance private market in Portugal as a basic tool to evaluate possible and future offers of products that cover, in all or in part, the demand for this type of services.

**Keywords:** Long-Term Care, LTC Insurance, Markov Stochastic Process, Multiple State Models, Actuarial Valuation.

---

# INDICE

|  |           |
|--|-----------|
| <b>INTRODUÇÃO .....</b>  | <b>17</b> |
| <b>CAPÍTULO 0 – ENQUADRAMENTO GERAL .....</b>                            | <b>23</b> |
| <b>0.1. ENVELHECIMENTO .....</b>   | <b>25</b> |
| 0.1.1. Conceito .....  | 25        |
| 0.1.1.1. Envelhecimento Biológico .....                                  | 26        |
| 0.1.1.2. Envelhecimento Psicológico .....                                | 31        |
| 0.1.1.3. Envelhecimento Social .....                                     | 32        |
| 0.1.2. O Envelhecimento no Contexto Mundial .....                        | 33        |
| 0.1.2.1. Situação Demográfica Mundial.....                               | 33        |
| 0.1.2.2. O Envelhecimento e as Políticas Públicas Mundiais .....         | 36        |
| 0.1.3. O Envelhecimento em Portugal .....                                | 49        |
| 0.1.3.1. Situação Demográfica .....                                      | 49        |
| 0.1.3.2. O Envelhecimento e as Políticas Públicas Portuguesas .....      | 51        |
| <b>0.2. ENVELHECIMENTO E OS CUIDADOS DE SAÚDE DE LONGA DURAÇÃO .....</b> | <b>55</b> |
| <b>CAPÍTULO I – A DEPENDÊNCIA E OS CUIDADOS A LONGO PRAZO .....</b>      | <b>57</b> |
| <b>I.1. A DEPENDÊNCIA .....</b>  | <b>59</b> |
| I.1.1. Conceito .....  | 59        |
| I.1.2. A Dependência no Mundo .....                                      | 61        |
| I.1.2.1. Estados Unidos da América .....                                 | 62        |
| I.1.2.2. Alemanha .....  | 66        |
| I.1.2.3. França .....  | 69        |
| I.1.2.4. Suécia .....  | 72        |
| I.1.2.5. Reino Unido .....   | 74        |
| I.1.2.6. Portugal .....  | 75        |
| <b>I.2. O SEGURO PRIVADO DE CUIDADOS A LONGO PRAZO .....</b>             | <b>80</b> |
| I.2.1. O Seguro de Dependência ou <i>Long Term Care</i> .....            | 80        |
| I.2.2. Tipos de produtos de seguro de dependência .....                  | 81        |
| I.2.2.1. Classificação da dependência .....                              | 81        |
| I.2.2.2. Classificação das prestações .....                              | 82        |
| I.2.2.3. Classificação quanto à estrutura .....                          | 83        |

---



|   |            |
|---|------------|
| I.2.2.4. Tipos de seguros privados de dependência .....                                     | 84         |
| I.2.2.4.1. Stand-Alone Annuity .....  | 84         |
| I.2.2.4.2. Rider Benefit Annuity .....  | 84         |
| I.2.2.4.3. Insurance Package .....  | 85         |
| I.2.2.4.4. Enhanced Pension Annuity .....   | 85         |
| I.2.2.4.5. Enhanced Annuity .....   | 85         |
| <br>  |            |
| <b>CAPÍTULO II – MODELO TEÓRICO DE MÚLTIPLOS ESTADOS EM</b>                                 |            |
| <b>TEMPO CONTÍNUO .....</b>   | <b>87</b>  |
| <b>II.1. INTRODUÇÃO .....</b>   | <b>89</b>  |
| <b>II.2. EXEMPLOS DE MODELOS DE MÚLTIPLOS ESTADOS .....</b>                                 | <b>89</b>  |
| II.2.1. Seguros de Morte .....  | 89         |
| II.2.1. Seguro de Desemprego .....  | 90         |
| II.2.3. Seguro de Invalidez Permanente .....  | 90         |
| II.2.4. Seguro de Invalidez Temporária .....  | 91         |
| II.2.5. Pensão de Viuvez .....  | 91         |
| II.2.6. Seguro de Doenças Graves (“Dread Disease” ou “Critical Illness<br>Insurance”) ..... | 92         |
| II.2.7. Seguro de Dependência (“Long-Term Care Insurance”) .....                            | 93         |
| <b>II.3. MODELO TEÓRICO DE MÚLTIPLOS ESTADOS .....</b>                                      | <b>95</b>  |
| <b>II.4. PROCESSO ESTOCÁSTICO DE MARKOV CONTÍNUO NO TEMPO..</b>                             | <b>97</b>  |
| II.4.1. Probabilidades de Transição .....   | 97         |
| II.4.1.1. Definição .....   | 97         |
| II.4.1.2. Propriedades .....  | 98         |
| II.4.1.3. Matriz de transição .....   | 99         |
| II.4.2. Probabilidades de Permanência .....   | 102        |
| II.4.3. Intensidades de Transição .....   | 103        |
| II.4.3.1. Definição .....   | 103        |
| II.4.3.2. Matriz de intensidades de transição .....   | 105        |
| II.4.4. Equações diferenciais de Chapman-Kolmogorov .....                                   | 105        |
| II.4.4.1. Equação geral do processo estocástico contínuo .....                              | 105        |
| II.4.4.2. Matriz da equação geral do processo estocástico .....                             | 107        |
| II.4.4.3. Equações diferenciais de Chapman-Kolmogorov .....                                 | 107        |
| <b>II.5. CÁLCULO DAS PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO E DE</b>                                   |            |
| <b>PERMANÊNCIA .....</b>  | <b>108</b> |
| II.5.1. Calcular as Probabilidades de Permanência .....                                     | 108        |
| II.5.2. Calcular as Probabilidades de Transição .....                                       | 109        |

---

|  |                |
|--|----------------|
| <b>CAPÍTULO III – AVALIAÇÃO FINANCEIRO-ACTUARIAL DE UM SEGURO DE DEPENDÊNCIA .....</b>           | <b>111</b>     |
| <b>III.1. INTRODUÇÃO .....</b>   | <b>113</b>     |
| <b>III.2. MODELO DE MÚLTIPLOS ESTADOS APLICADO A UMA OPERAÇÃO DE SEGURO DE DEPENDÊNCIA .....</b> | <b>115</b>     |
| <b>III.3. MODELO TEÓRICO.....</b>  | <b>116</b>     |
| III.3.1. Probabilidades de Transição .....   | 117            |
| III.3.2. Probabilidades de permanência (ininterrupta) .....                                      | 118            |
| III.3.3. Matriz de Probabilidades e Matriz de Intensidades .....                                 | 118            |
| <b>III.4. EQUAÇÃO GERAL DO PROCESSO ESTOCÁSTICO DE MARKOV ..</b>                                 | <b>119</b>     |
| III.4.1. Probabilidades de Transição .....   | 119            |
| III.4.2. Probabilidades de permanência (ininterrupta) .....                                      | 120            |
| <b>III.5. CÁLCULO EXACTO DAS PROBABILIDADES DE PERMANÊNCIA E DE TRANSIÇÃO .....</b>              | <b>121</b>     |
| III.5.2. Probabilidades de permanência (ininterrupta) .....                                      | 121            |
| III.5.1. Probabilidades de Transição .....   | 122            |
| III.5.2.1. Do estado de dependência de grau III .....  | 122            |
| III.5.2.1. Do estado de dependência de grau II .....   | 123            |
| III.5.2.1. Do estado de dependência de grau I .....  | 125            |
| III.5.2.1. Do estado de autónomo .....   | 127            |
| <b>III.6. AVALIAÇÃO FINANCEIRO-ACTUARIAL .....</b>   | <b>131</b>     |
| III.6.1. Avaliação actuarial das rendas .....  | 132            |
| III.6.2. Avaliação actuarial dos seguros .....   | 134            |
| III.6.3. Cálculo dos prémios .....   | 139            |
| III.6.4. O cálculo das reservas matemáticas .....  | 141            |
| <b>III.7. RESULTADOS .....</b>   | <b>144</b>     |
| <br><b>CONCLUSÃO .....</b>   | <br><b>147</b> |
| <br><b>BIBLIOGRAFIA .....</b>  | <br><b>155</b> |

---

## INTRODUÇÃO

O envelhecimento demográfico, entendido como o maior número de pessoas com idade superior a 65 anos em relação ao total da população com idade inferior a 65 anos, é um fenómeno de amplitude mundial que implica transformações demográficas, sociais e económicas muito vastas. Favorecido pelas mudanças sociais, tecnológicas e científicas, este deve-se essencialmente à convergência de dois fenómenos demográficos: o aumento da esperança média de vida das pessoas idosas, acompanhado da diminuição da mortalidade, e da diminuição da taxa de natalidade.

Neste panorama mundial, Portugal não foge à regra onde o envelhecimento demográfico atinge um índice de 103%. Na verdade, a população idosa portuguesa tem um peso de 17,4% no total da população em 2007, com um índice de dependência de 24% em relação à população em idade produtiva. Para 2050, estima-se que a taxa de idosos em Portugal atinja os 32%, o que corresponde a cerca de 2,7 milhões de pessoas com 65 ou mais anos, dos quais mais de 950 mil terão idade superior a 80 anos (INE, Censos 2001).

Paralelamente ao duplo envelhecimento da população, surge um outro problema demográfico mundialmente conhecido, e em grande crescimento nas últimas décadas, com fortes consequências sociais e económicas: a dependência das pessoas idosas. Embora possa atingir qualquer pessoa em qualquer idade, este é um problema que atinge predominantemente as pessoas de idade mais avançada. Assim, e quanto mais avançada a idade, maior a probabilidade da pessoa cair numa situação de dependência, passando a necessitar de ajuda de terceiros para a realização das tarefas básicas do dia-a-dia tais como a alimentação, a higiene pessoal, a deslocação, entre outras.

Neste contexto, estima-se que as necessidades de cuidados de saúde das pessoas idosas tenham um acentuado crescimento, devido essencialmente a um aumento da prevalência de doenças de evolução prolongada e com elevado grau incapacitante. Para fazer face a esta problemática, embora com um atraso considerável em relação a outros países, como por exemplo os Estados Unidos, a Alemanha e a França, Portugal começa agora a dar os primeiros passos no desenvolvimento de soluções adequadas à cobertura pública da dependência. Na sequência das recomendações efectuadas pelo Conselho de Ministros da Europa aos Estados-Membros, Portugal criou a 16 de Março de 2006 a Rede Nacional de Cuidados Continuados Integrados de Saúde para Pessoas Idosas e Dependentes (RNCCI), no

âmbito do Ministério do Trabalho e da Segurança Social e do Ministério da Saúde. Esta rede de cuidados continuados e de longa duração, em complementaridade com as famílias e o apoio público, procura desenvolver um plano de acção que garanta a prática integrada dos cuidados continuados de saúde e apoio social, promovendo desta forma a criação de Serviços Comunitários de Proximidade e a indispensável coordenação entre centros de saúde, hospitais, unidades de cuidados continuados, unidades de cuidados paliativos e instituições de apoio social.

Posto isto, e à semelhança do que acontece noutros países, o sector privado dos seguros em Portugal tem aqui uma oportunidade de participação na solução de um dos maiores problemas sociais: a dependência e, conseqüentemente, a prestação de cuidados de longa duração, através da oferta de produtos e serviços que possibilitem a cobertura privada do risco de dependência. Este pode surgir assim como uma alternativa complementar viável à continuidade da criação de respostas adequadas à problemática da dependência das pessoas idosas.

Embora conscientes do grau de incerteza que existe em relação a uma futura procura por parte da população portuguesa deste tipo de produtos e serviços privados, bem como da evolução das soluções públicas que só agora iniciam o seu caminho, procuramos com este trabalho fazer uma avaliação financeiro-actuarial primordial de um possível seguro de dependência, estimando os custos individuais esperados dos cuidados de longa duração com pessoas com idade superior a 65 anos, bem como a respectiva tarifa e reservas matemáticas de um seguro desta natureza. Desta forma, pretendemos dar o nosso contributo ao sector segurador português no sentido de criar um modelo a partir do qual seja possível avaliar quanto a uma possível oferta de produtos e serviços que satisfaçam, no todo ou em parte, uma futura procura deste tipo de serviços.

Elaborada no âmbito do Mestrado “*Especial Para Ser Mestre*” em Matemática e Aplicações, a presente dissertação é composta por quatro capítulos, sendo os dois primeiros uma descrição do enquadramento demográfico, económico e social actual, tanto a nível internacional como nacional, resultante de um trabalho de pesquisa e de leituras pertinentes que nos forneceram as diferentes perspectivas de base à elaboração do modelo pretendido:

1. No Capítulo 0 procuramos enquadrar o tema da protecção social às pessoas idosas em situação de dependência, e em particular a protecção através da oferta de produtos seguradores com esta finalidade, no contexto das mudanças demográficas

e consequente envelhecimento populacional mundial.

Com este objectivo, iniciaremos o capítulo definindo o conceito multidimensional de envelhecimento destacando as dimensões biológica, psicológica e social.

Na secção seguinte, para além de uma contextualização demográfica do envelhecimento, descreveremos com algum pormenor as principais políticas e respostas sociais dirigidas às pessoas idosas e dependentes recomendadas pelos principais organismos internacionais.

De forma similar ao ponto anterior, descreveremos com algum pormenor as principais políticas e respostas sociais dirigidas às pessoas idosas e dependentes desenvolvidas em Portugal, após um enquadramento da situação demográfica actual do nosso país.

Terminamos o capítulo fazendo uma pequena reflexão relativamente aos problemas sociais e de saúde provenientes do envelhecimento populacional mundial, nomeadamente os cuidados de longa duração, como ponte de ligação a todo o nosso estudo descrito de seguida.

2. No capítulo I começaremos por abordar a complexa definição da dependência, tanto do ponto de vista internacional (OCDE, OMS,...), como do ponto de vista Europeu. Adoptaremos a definição recomendada em 1998 pelo Conselho da Europa: "*... um estado em que se encontram as pessoas que, por razões ligadas à falta ou perda de autonomia física, psíquica ou intelectual, têm necessidade de assistência e/ou de ajudas importantes a fim de realizar os actos correntes da vida ou AVD's*", com base na qual iremos desenvolver o nosso estudo.

De seguida, desenvolveremos de uma forma mais ou menos exaustiva as principais características de alguns sistemas internacionais de protecção social à dependência, nomeadamente, a definição da situação da dependência, o âmbito da cobertura, o financiamento e as prestações garantidas. Neste conjunto de países, incluiremos, como não poderia deixar de ser, a descrição do actual sistema de protecção pública à dependência em Portugal

Para finalizar este capítulo, optaremos por fazer uma breve descrição no que toca à

definição técnica do seguro privado de dependência evidenciando alguns aspectos importantes a ter em conta quanto à construção do modelo de avaliação financeiro-actuarial que nos propomos desenvolver neste trabalho.

3. No capítulo II, procuramos definir, do ponto de vista teórico, a estrutura probabilística de um modelo com múltiplos estados aplicável na modelação actuarial de diferentes tipos de seguro, nomeadamente, os seguros de dependência.

Neste sentido, iniciando pela exemplificação de algumas das operações de seguro às quais pode ser aplicado um modelo de múltiplos estados, caracterizámos o modelo de múltiplos estados genérico dando um exemplo de um modelo com quatro estados.

Posteriormente, e numa abordagem em tempo contínuo, definiremos um processo estocástico de Markov, bem como as probabilidades de transição e de permanência, e as respectivas intensidades de transição. Ainda em relação a estas, além da sua definição analítica, efectuamos também a definição matricial.

Por fim, e a partir da equação geral do processo estocástico de Markov contínuo no tempo, damos a conhecer o sistema de equações diferenciais de Chapman-Kolmogorov que nos permite, através do conhecimento prévio das intensidades de transição, calcular cada uma das probabilidades (de transição e permanência).

Terminamos este capítulo dando apenas uma breve descrição de alguns dos métodos de possível aplicação ao cálculo das probabilidades de transição.

4. No capítulo III, propomo-nos formular um modelo de avaliação financeiro-actuarial de um seguro de dependência. Para tal, consideraremos um exemplo concreto que, embora fictício, possa ser aplicável na prática corrente da actividade seguradora. Desta forma, e após a definição de todas as condições necessárias à avaliação financeiro-actuarial a efectuar, começaremos por definir, através do respectivo modelo de múltiplos estados, toda a estrutura probabilística aplicando o modelo teórico descrito no capítulo anterior. Posto isto, e através da resolução do sistema de equações diferenciais de Chapman-Kolmogorov, estaremos aptos a calcular de forma exacta as respectivas probabilidades de transição e de permanência.

De seguida, procederemos à formulação do modelo teórico da avaliação financeiro-actuarial das rendas e dos seguros considerados no estudo, bem como à formulação do modelo teórico de cálculo dos prémios e das reservas matemáticas.

Finalmente, terminamos este capítulo com a apresentação dos resultados referentes aos prémios puros mensais a pagar pelo segurado, calculados de acordo com três cenários que poderemos considerar aplicando o modelo desenvolvido: garantia de uma renda mensal constante em caso de dependência da pessoa segura e enquanto esta estiver viva; garantia de uma renda mensal constante em caso de dependência da pessoa segura e enquanto esta estiver viva, de um capital seguro caso a pessoa segura entre em dependência de grau II e de um capital seguro caso a pessoa segura entre em dependência de grau III; garantia de uma renda mensal constante em caso de dependência da pessoa segura e enquanto esta estiver viva, de um capital seguro caso a pessoa segura entre em dependência de grau II, de um capital seguro caso a pessoa segura entre em dependência de grau III e de um capital seguro em caso de falecimento da pessoa segura.

Por fim, apresentamos a conclusão do estudo efectuado, tecendo algumas considerações relevantes a ter em conta.





**CAPITULO 0**

**ENQUADRAMENTO GERAL**



## 0.1. ENVELHECIMENTO

### 0.1.1. Conceito

Existe uma grande dificuldade em apresentar uma definição geral de envelhecimento por se tratar de um conceito multidimensional extremamente complexo pelas suas dimensões científicas e filosóficas. Para Fontaine (2000) “*o envelhecimento não é sinónimo de velhice<sup>1</sup>. A velhice caracteriza um grupo de determinada idade, enquanto o envelhecimento é um processo*”.

Etimologicamente, a palavra envelhecimento é composta pela palavra velho<sup>2</sup>, que deriva do latim *veclu, vetu, vetulu dim*, e pelo sufixo *mento*, que designa acção. Segundo o dicionário, o conceito de envelhecimento é definido como sendo “*s.m. acto ou efeito de envelhecer<sup>3</sup>*”. Neste mesmo dicionário, encontramos ainda a definição de processo de envelhecimento como sendo a “*evolução degenerativa das células vivas, ou seja, da função tecidual e do próprio tecido*”.

Para os biólogos, o processo de envelhecimento é um fenómeno natural, universal e necessário (Levet, M., 1998:23) podendo ser definido por um conjunto de alterações orgânicas, morfológicas e funcionais experimentadas por um organismo vivo, desde o nascimento até à morte. É, neste sentido, que podemos afirmar que a velhice acontece quando a harmonia do organismo humano, ou seja, a homeostasia e o equilíbrio metabólico deixam de ser perfeitos.

Para os psicólogos e sociólogos, além destas alterações biológicas, existem também processos de desenvolvimento psicológico e social que influenciam profundamente o processo de envelhecimento humano, bem como os problemas que provêm da adaptação do indivíduo a essas mesmas alterações.

---

<sup>1</sup> *s.f.* estado ou condição de velho; idade avançada; ancianidade; as pessoas velhas; vetustez antiguidade.

<sup>2</sup> *adj.* muito avançado em idade, avelhentado; antigo, que já não está em uso; fora de moda; antiquado; muito usado, gasto; ou *s.m.* homem de idade avançada, ancião.

<sup>3</sup> *v. tr. e int.* tornar ou tornar-se velho.

Assim sendo, e para uma completa e correcta percepção do fenómeno do envelhecimento, deveremos ter em conta não apenas a evolução cronológica mas também devemos considerar os fenómenos biopsicossociais.

Purificação Fernandes (2002) propõe quatro conceitos diferentes que concorrem para a compreensão do processo de envelhecimento: a *idade cronológica* que corresponde à idade oficial inscrita no Bilhete de Identidade, determinada pelo passar do tempo de vida; a *idade biológica* que corresponde ao estado orgânico e funcional dos vários órgãos, aparelhos e sistemas, e que pode coincidir com a *idade cronológica*, implicando a observação das capacidades funcionais do organismo; a idade psicológica que não depende da idade nem do estado orgânico, e apenas se refere às capacidades de o indivíduo se adaptar ao meio ambiente; e a *idade social* que se refere aos papéis e hábitos do indivíduo em relação ao seu grupo social, podendo ser avaliada através de padrões de comportamento, como por exemplo o desempenho de funções sociais.

#### **0.1.1.1. Envelhecimento Biológico**

Segundo Mailloux-Poirier (1995:99), o envelhecimento biológico “... *é um fenómeno multidimensional resultante da acção de vários mecanismos: disfunção do sistema imunológico, programação genética, lesões celulares, modificações ao nível da molécula do ADN e controlo neuro-endócrino da actividade genética.*”

Por outro lado, Netto e Borgonovi (2002:44) consideram que o envelhecimento biológico é “... *um processo dinâmico e progressivo, no qual há modificações morfológicas, fisiológicas, bioquímicas e psicológicas, que determinam perda progressiva da capacidade de adaptação do indivíduo ao meio ambiente, ocasionando maior vulnerabilidade e maior incidência de processos patológicos, que terminam por levá-lo à morte*”.

No entanto, do ponto de vista do envelhecimento biológico não existe ainda uma definição cientificamente comprovada e aceite. Contudo, existem duas grandes teorias explicativas das causas do envelhecimento biológico: as Teorias Estocásticas<sup>4</sup>, que defendem que o envelhecimento é o resultado de sucessivas lesões que conduzirão ao desgaste e

---

<sup>4</sup> Teoria da Lesão/Reparação do ADN, Teoria das Radiações, Teoria do Erro Catastrófico, Teoria do “Crosslinking” e Teoria do “Desgaste e Ruptura”.

exaustão do organismo e conseqüentemente à sua morte, e as Teorias Deterministas<sup>5</sup>, que defendem que o envelhecimento é uma consequência directa de uma programação genética, sendo o genoma uma espécie de relógio molecular, biológico (A. Pinto, 2001:18).

De um modo geral, o envelhecimento biológico é o processo vital em que, com a passagem do tempo de vida, o organismo sofre um conjunto de alterações de declínio<sup>6</sup> da sua força, disposição e aparência, as quais não têm que ser necessariamente incapacitantes ou comprometedoras do processo vital. Desta forma, podemos então falar de envelhecimento orgânico ou natural, em oposição ao envelhecimento patológico ou senescência<sup>7</sup>, em que o primeiro consiste num processo no qual o organismo sofre alterações funcionais próprias do acumular dos anos<sup>8</sup>, enquanto o segundo conceito caracteriza-se por ser incapacitante afectando directamente a qualidade de vida da pessoa idosa.

O envelhecimento constitui uma etapa vital na vida dos seres vivos assim como a infância, a adolescência e a maturidade, na qual é comum existirem determinadas doenças ou incapacidades. Efectivamente, não podemos negar que envelhecer aumenta consideravelmente o risco de doenças e a prevalência de doenças crónico-degenerativas.

Assim, do envelhecimento biológico decorrem uma série de alterações nos órgãos, nos aparelhos e nos sistemas que reduzem a qualidade e a agilidade das suas funções, para além da degradação dos tecidos e das células que reduzem a sua flexibilidade.

As alterações que podemos verificar nos órgãos, aparelhos e sistemas com consequências patológicas podem ser as seguintes:

- Sobre os órgãos dos sentidos o envelhecimento provoca uma diminuição:
  - da visão: diminuição da agudeza e da amplitude do campo visual; diminuição das células da conjuntiva que produzem menos lubrificante para o movimento do olho; dificuldade de enfoque dos objectos; diminuição da secreção lacrimal em quantidade e qualidade.

---

<sup>5</sup> Teoria Somática, Teoria Imunológica, Teoria das Telomerasas e Teoria da Genética.

<sup>6</sup> Ou hemeostenose (Cfr. Landerfeld *et al.*, 2004)

<sup>7</sup> Senescência é o conjunto das alterações orgânicas, morfológicas e funcionais que ocorrem como consequência do processo de envelhecimento; senilidade é o conjunto das alterações determinadas pelas afecções patológicas que frequentemente atingem as pessoas idosas. Definições apresentadas por Carvalho Filho, geriatra brasileiro

<sup>8</sup> O envelhecimento biológico dito natural é por modificações fisiológicas que não devem ser consideradas doenças mas indicadores da passagem do tempo, tais como rugas, cabelos brancos, postura curvada, reflexos mais lentos, diminuição da potência e da actividade sexual, entre outros (Cfr. Gatto, 2002:10).

- audição: perda de agudeza auditiva como consequência da degeneração do nervo auditivo; engrossamento da membrana timpânica; aumento da quantidade de pêlos à volta do ouvido; aumento da quantidade de cera no ouvido.
- do gosto e do olfacto devido à redução das pupilas gustativas, atrofia da língua, e da degeneração do nervo olfactivo.
- do tacto em toda a sensibilidade térmica e dolorosa profundas.
- Dermatológico: O envelhecimento do cabelo se baseia principalmente em:
  - Diminuição da velocidade de crescimento e aparecimento de cabelos brancos por perda de melanina;
  - Perda de cabelo frontal temporal (alopecia androgénica) nos homens
  - Aumento do pêlo facial nas mulheres, sobretudo se têm pele clara e nos homens nos pavilhões auriculares, supercílios e orifícios nasais.

O envelhecimento das unhas passa por um decréscimo na espessura e dureza. Ao nível das doenças de pele mais frequentes são as escaras de decúbito e as úlceras de estase.

- Sistema Cardiovascular: as afecções mais frequentes são o enfarte do miocárdio, a insuficiência cardíaca, a hipertensão arterial, a hipotensão arterial, AVC<sup>9</sup>, a angina e a anemia;
- Sistema Nervoso Central: as células do sistema nervoso não se podem reproduzir, e com a idade diminuem, pelo que as afecções mais frequentes são: a atrofia do cérebro (perda de peso e diminuição de volume), o aparecimento de placas senis, a degenerência nerofibrilar, a diminuição da neuroplasticidade, a mortalidade

---

<sup>9</sup> Um Acidente Vascular Cerebral (AVC), vulgarmente chamado de “derrame cerebral”, é uma perturbação focal da função cerebral relacionada com a obstrução ou hemorragia de uma artéria que irriga áreas dos hemisférios cerebrais e tronco central. As modificações clínicas que se podem verificar são desde uma diminuição passageira da força muscular num membro ou perturbações visuais, até à paralisia unilateral permanente com perturbações sensoriais graves, e ao coma profundo e à depressão dos centros vitais do tronco cerebral (Hall *et al.*, 1997:145). Esta é a doença mais frequente entre as pessoas idosas, sendo uma das maiores causas de incapacidade ou até mesmo de morte.

neuronal, a rarefacção e enriquecimento dendríticos, as doenças vasculares cerebrais, tremores, a doença de Parkinson<sup>10</sup> e a doença de Alzheimer<sup>11</sup>.

- Aparelho Respiratório: as afecções mais frequentes são a atrofia pulmonar, bronquite crónica, a pneumonia, a enfisema e a tuberculose;
- Aparelho Digestivo: as principais doenças metabólicas são a diabetes mellitus e o hipotiróidismo
- GenitoUrinário: as afecções mais frequentes são a incontinência (urinária e fecal), as infecções e a hipertrofia benigna da próstata;
- Aparelho Músculo-esquelético: as afecções mais frequentes são a osteoporose, a osteoartrose, a artrite reumatóide e as fracturas;
- Endócrino: as afecções mais frequentes são a colecistite e a obstipação;

Além destas, também podemos verificar outras perturbações ao nível do sono, da temperatura do corpo, do peso e do metabolismo, da mobilidade, da estabilidade (quedas), da demência<sup>12</sup>, das necessidades energéticas e da sexualidade.

---

<sup>10</sup> A designação de doença de Parkinson deve-se ao médico inglês James Parkinson que descreveu, em 1817, pela primeira vez a doença. Parkinson é uma doença degenerativa do sistema nervoso central, de evolução lenta e progressiva, na qual se perdem os mensageiros químicos produzidos no cérebro que são responsáveis pelo controlo de movimentos tais como andar, virar na cama, levantar da cama, falar, vestir, escrever, entre outros. Caracteriza-se pela destruição de determinadas células nervosas que produzem uma substância chamada dopamina, essencial à coordenação motora. Por isto é classificada como uma das chamadas “doenças do movimento”. Os primeiros sintomas são rigidez muscular, tremor, ausência de mímica facial, diminuição do piscar, olhar fixo e movimentos lentos. Posto isto, os efeitos da doença são o envelhecimento precoce, infecções por bactérias ou vírus, intoxicações, etc. Quanto às causas, os investigadores ainda não chegaram a qualquer conclusão permanecendo ainda no campo das hipóteses, embora coloquem a hipótese que a degeneração das células nervosas pode ter origem num factor ambiental ligado a uma disposição genética. A doença de Parkinson atinge sobretudo as pessoas idosas, prevendo-se que cerca de 1% da população com idades compreendidas entre os 70 e os 80 anos sofra desta doença. No entanto esta é uma doença que pode surgir muito antes dos 50 anos, prevendo-se que uma em cada mil pessoas que sofre actualmente desta doença teve o seu aparecimento entre os 45 e os 65 anos.

<sup>11</sup> Esta doença foi descrita pela primeira vez em 1906 por Alois Alzheimer (Levet, 1998:131). Trata-se de uma doença degenerativa do sistema nervoso central. É uma doença evolutiva, incurável e, actualmente, mortal pois está associada a graves e irreversíveis lesões cerebrais, caracterizando-se por graves perturbações da memória, da linguagem, da orientação e no geral das faculdades intelectuais. A doença de Alzheimer é a causa mais comum de demências. Os sintomas são variados e incluem a desorientação espaço-temporal e a incapacidade de realizar as tarefas do dia-a-dia (AVD's). No início, a única manifestação desta doença pode ser a falta de memória, passando posteriormente para estágios mais avançados onde as mudanças da personalidade e os distúrbios comportamentais (deambulação e a agressividade) são acompanhados de acentuada degradação das capacidades cognitivas, levando o indivíduo à total dependência (Yuaso e Sguizzato, 2002). Esta doença atinge sobretudo as pessoas idosas, embora também possa surgir por volta dos 50 anos.

A mobilidade, ou a capacidade de deslocação no meio que rodeia o indivíduo, é imprescindível para ter autonomia<sup>13</sup>, sendo esta uma componente essencial da vida do Ser Humano. Os idosos dependem da interacção dos factores próprios de cada indivíduo, como a habilidade e a destreza motoras, a capacidade cognitiva e sensorio-perceptiva, o grau de saúde ou autoconfiança, e os recursos ambientais e pessoais externos (os meramente físicos ou arquitectónicos e os vinculados a atitudes de familiares e cuidadores). A capacidade de mobilização indica o nível de saúde da pessoa idosa e da sua qualidade de vida, já que determina o seu grau de independência. A pessoa idosa imobilizada<sup>14</sup> é considerada um paciente de alto risco, as complicações médicas, e a dependência nas actividades básicas da vida diária convertem-na num candidato à institucionalização.

Efectivamente, existem diversos factores que levam um idoso a restringir-se à cama, e não apenas os factores fisiológicos que resultam das alterações neurológicas, osteoarticulares e cardiovasculares que derivam em incapacidades de vária ordem<sup>15</sup>. Entre estes, temos os factores psicológicos como o medo de cair e situações de depressão para viver, ou os factores ambientais tais como: a falta de estímulos. Esta imobilização pode causar no idoso acamado estados degenerativos, como por exemplo úlceras de pressão, atrofia dos músculos, problemas respiratórios devido à diminuição da ventilação pulmonar, entre outros, que se podem desenvolver rapidamente e serem de muito difícil recuperação.

Em suma, do ponto de vista biológico, o envelhecimento apresenta-se como um processo no qual o organismo se vai deteriorando, diminuindo as capacidades físicas, sensoriais e mentais.

---

<sup>12</sup> Síndrome clínica, na qual ocorre um decréscimo adquirido da função cognitiva, manifestando-se por uma alteração progressiva da memória e da ideação, suficientemente grave para limitar as actividades da vida diária (AVD's), que dura por um período mínimo de seis meses e está associada à perturbação de pelo menos uma das seguintes funções: linguagem, cálculo, julgamento, alteração do pensamento abstracto, praxia, gnosia ou modificação da personalidade (OMS).

<sup>13</sup> Etimologicamente, é uma palavra que deriva do grego e é composta por *autós* (= próprio) e por *nómos* (=lei). No dicionário é definido do seguinte modo: *s.f.* estado do que é autónomo; liberdade moral ou intelectual; independência administrativa e/ou financeira; liberdade que tem um país, uma região de se administrar segundo as suas leis (Dicionário Universal da Língua Portuguesa, Porto Editora, 1995).

<sup>14</sup> O imobilismo pode-se definir como a diminuição da capacidade para desempenhar actividades da vida por deterioração das funções motoras. A síndrome da imobilidade é um problema geriátrico caracterizado por uma redução marcada da tolerância ao exercício, progressiva debilidade muscular e, em casos extremos, perda dos automatismos e reflexos posturais que impossibilitam a ambulância (Nuria Ávila, 2007:27).

<sup>15</sup> Que podem ser atenuados se houver correcto acompanhamento destas situações, como por exemplo através da utilização de ajudas técnicas (cadeiras de rodas, canadianas, andarilhos, ...), a através da implementação de medidas de fisioterapia preventiva, como por exemplo as mobilizações, mudanças periódicas de decúbito, exercícios, posicionamento correcto na cama para evitar deformidades.



Contudo, qualquer situação de patologia instalada numa pessoa idosa diminui o bem-estar e aumenta o sentimento de vulnerabilidade, determinando a sua condição psicológica e social.

#### **0.1.1.2. Envelhecimento Psicológico**

Na definição do complexo conceito de envelhecimento não podemos deixar de fazer referência à abordagem psicológica deste fenómeno. Até porque esta abordagem é difícil de ser dissociada da abordagem biológica, como podemos verificar na descrição feita anteriormente.

O envelhecimento psicológico está relacionado com o declínio dos aspectos cognitivos e com as emoções que estão directamente relacionadas com o contexto sócio-ambiental em que o idoso se insere.

Embora possamos considerar ser possível que uma pessoa idosa possa conservar as suas capacidades cognitivas até ao final da vida, a probabilidade que isto venha a acontecer é muito baixa uma vez que o declínio das funções cognitivas ocorre como consequência do processo de envelhecimento.

Como já foi referido, as perturbações psíquicas mais habituais nas idades avançadas são as síndromes demenciais, tal como a doença de Alzheimer, descrita anteriormente, e as síndromes depressivas.

Na velhice as causas de depressão são frequentemente atribuídas a acontecimentos traumáticos, como por exemplo a morte de um ente querido.

Assim, é pertinente considerar a abordagem biológica juntamente com a psicológica para que se possa dar conta da pessoa idosa como um todo e percebermos quais as causas e as relações entre os problemas ligados ao envelhecimento.

### 0.1.1.3. Envelhecimento Social

Os estudos sobre o envelhecimento têm vindo a incidir o seu maior enfoque no ponto de vista biológico e psicológico. Foi apenas devido à pressão do envelhecimento demográfico que a dimensão social começou a ter maior importância na compreensão da velhice como problema social.

Nas antigas sociedades, em geral, o status da pessoa idosa conferia uma posição dignificante, de prestígio e poder, e todos que atingiam esta etapa eram vistos como sábios, detentores da sabedoria adquirida pela experiência da vida. Pelo contrário, na maioria das sociedades contemporâneas ser velho significa ser “*alguém inútil, isolado, em declínio biológico e mental, marcado por um tempo linear, com problemas de saúde e, na maioria das vezes, dependente física e economicamente de alguém.*” (Ribeirinho, C., 2005:52)

Actualmente, numa sociedade onde os valores da juventude são exaltados, a condição de pessoa velha carrega um significado depreciativo: “*Velho é traste (...) inutilidade; Velhice é doença, incapacidade, dependência, perda, impotência. Velho é uma pessoa que atrapalha as outras (...) A imagem (...) é de uma pessoa encurvada, de bengala, quase cega, surda e gagá*” (Paschoal, 2002a:41).

De facto, habituamo-nos a encarar a velhice sob a perspectiva de inactividade, de inutilidade social, de dependência. É como o retorno à situação de “*... menino incapaz de decidir por si. Incapaz não necessariamente pelo estado das suas faculdades, mas incapaz porque lhe foi retirada a legitimidade social para o fazer*”. (Pereira, F., 2002:8)

O idoso ao ser excluído de diversas actividades da vida social, como por exemplo o mundo do trabalho, sente que a diminuição da força de produção como um aspecto negativo e cria barreiras à participação deste na sociedade.

Este aspecto mostra que a abordagem psicológica não pode ser analisada sem a social, uma vez que a pessoa idosa ao deixar a sua vida activa, pode entrar num estado depressivo. Assim sendo, um factor social pode ser a causa de um problema psicológico.

## 0.1.2. O Envelhecimento no contexto mundial

### 0.1.2.1. Situação Demográfica Mundial<sup>16</sup>

O aumento do nível mundial da população idosa é um fenómeno que se tem vindo a verificar desde há vários séculos, tendo vindo a agravar-se nos últimos anos devido essencialmente aos avanços no domínio da higiene, da nutrição, da medicina e das tecnologias. Com a queda da mortalidade e, conseqüente, o aumento da longevidade, aliada à descida da fecundidade, a estrutura etária da população mundial tem vindo a sofrer uma contínua e profunda mudança. A apresentação da pirâmide etária tem alterado a sua aparência para uma forma em “árvore”, onde o peso dos idosos tem aumentado consideravelmente, levando a um engrossamento do topo da pirâmide, ajudado pela diminuição da fecundidade que conduz a um estreitamento da base da pirâmide, ou seja, à redução da população jovem e ao aumento da população idosa, caracterizando o envelhecimento populacional.

O fenómeno do envelhecimento populacional, característico das sociedades modernas, industrializadas e urbanizadas, surge como consequência da transição demográfica<sup>17</sup>, isto é, da passagem de um modelo demográfico de equilíbrio entre elevados níveis de mortalidade e fecundidade para um modelo em que ambos os factores atingem níveis muito baixos (INE, 2002:7).

Este é um fenómeno que não tem evoluído de forma uniforme em todas as regiões do Mundo, sendo que as mais desenvolvidas<sup>18</sup> iniciaram primeiro a transição demográfica, com a população jovem a evoluir negativamente em 1970, verificando-se actualmente uma maior intensidade nos países em vias de desenvolvimento, apresentando taxas de crescimento positivas, embora relativamente baixas, prevendo-se atingir uma evolução nula a partir de 2030.

---

<sup>16</sup> Os dados estatísticos apresentados nesta secção foram retirados do site *World Economic Social Survey 2007, Development in an Ageing World*, pp.155-162.

<sup>17</sup> A transição demográfica desenrola-se em três fases: na primeira fase, dá-se um rejuvenescimento da pirâmide etária através do aumento da natalidade e uma diminuição da mortalidade dos grupos mais jovens da população; na segunda fase, dá-se uma diminuição da natalidade, verificando-se ao mesmo tempo um aumento da proporção de adultos jovens (este aumento dura, regra geral, cerca de 30 anos); na terceira fase, verifica-se um aumento da população idosa em consequência de uma diminuição acentuada da proporção de crianças e de adultos em idade produtiva (situação esta que se verifica geralmente após longos períodos de baixas taxas de natalidade e mortalidade) – nesta fase, o envelhecimento da população pode criar problemas específicos às políticas públicas, sendo necessários ajustamentos importantes em diversos domínios para fazer face à diminuição da mão-de-obra e à procura crescente de cuidados de saúde e de apoio aos idosos.

<sup>18</sup> Segundo a classificação das Nações Unidas, as regiões mais desenvolvidas são a Europa, a América do Norte, a Austrália/Nova Zelândia e o Japão; as menos desenvolvidas são todas as regiões de África, da Ásia (excepto o Japão), da América Latina e as Caraíbas, e ainda a Melanésia, a Micronésia e a Polinésia. (INE, 2002:8)

Relativamente à população com 65 ou mais anos, nas regiões mais desenvolvidas, a taxa média de crescimento anual é bastante acentuada no período de 1960/70, atingindo os 2,1% com tendência a abrandar para 1,5% entre 1990 e 2000, prevendo-se um crescimento de 0,3% na década de 2040/50. Pelo contrário, nas regiões menos desenvolvidas, vive-se actualmente um aumento da proporção de idosos a um ritmo bastante intenso, prevendo-se a continuidade do aumento da taxa média de crescimento anual até 2040 (3,1% entre 1990 e 2000), devendo abrandar durante a década seguinte.

A esperança média de vida passou dos 47 anos de idade, em 1950/65, para os 65 anos, em 2000/05, prevendo-se atingir os 75 anos, em 2045/50. Quanto à taxa de fecundidade total baixou de 5,0, em 1950/55, para 2,6 filhos por mulher, em 2000/05, prevendo-se atingir os 2,0 filhos por mulher, em 2045/50. Em muitos países do mundo, não só nos países desenvolvidos mas também em muitos países em desenvolvimento, estes valores situam-se abaixo dos 2 filhos por mulher, sendo desta forma inferior ao necessário para a substituição da população a longo prazo.

Na generalidade dos países mundiais, verifica-se uma maior longevidade das mulheres em relação aos homens, conseqüentemente o seu peso é maior entre a população idosa. Em 2005, o número total de mulheres era cerca de 4 mulheres por cada 3 homens, com 65 ou mais anos, e perto de 2 mulheres por cada homem com 80 ou mais anos. Contudo, prevê-se, para 2050, uma diminuição desta vantagem de longevidade das mulheres nos países desenvolvidos, ao contrário do que se prevê para os países em desenvolvimento onde o desequilíbrio entre o número de mulheres e homens idosos se irá acentuar devido à crescente disparidade entre os sexos no que diz respeito à esperança de vida.

Actualmente, a esperança média de vida feminina ultrapassa os 80 anos de idade em mais de 30 países em todo o mundo, e outros aproximam-se muito destes valores. Por outro lado, uma vez que as mulheres vivem mais do que os homens, têm mais tendência a viver sozinhas na terceira idade. Embora a esperança de vida das mulheres seja maior, o número de anos que os homens podem esperar viver sem incapacidades é, geralmente, superior ao das mulheres.

Um outro indicador bastante ilustrativo do processo de envelhecimento populacional é o índice de dependência de idosos<sup>19</sup> que compara o tamanho do grupo da população idosa,

---

<sup>19</sup> Relação entre o número de idosos (65 e mais anos) e a população em idade activa (15-64).

considerado economicamente dependente, como o grupo da população que é considerado economicamente activo (15-64 anos). Entre 1950 e 2005, o índice de dependência dos idosos aumentou de 9 para 11 dependentes por cada 100 pessoas activas. Esta tendência crescente se deverá acentuar durante as próximas décadas atingindo, em 2050, os 25 indivíduos dependentes por cada 100 pessoas em idade de trabalhar.

Podemos então afirmar que, à parte das futuras intervenções dos poderes públicos, o envelhecimento populacional mundial é inevitável, esperando-se um acentuado crescimento da população idosa nas próximas décadas. Em 1950, havia cerca de 204 milhões de pessoas com 65 ou mais anos de idade no mundo, passando a cerca de 420 milhões de pessoas no início do século XXI representando cerca de 7% dos mais de 6 mil milhões de pessoas em todo o mundo. Segundo a hipótese média de projecção da população mundial das Nações Unidas, a proporção de idosos continuará a aumentar prevendo-se que atinja, em 2050, os 15,6% do total da população. Assim, as projecções indicam que, em 2050, a população idosa terá um peso no total da população superior ao da população infantil (0-14 anos).

### Na Europa

Segundo as projecções da EUROSTAT, a população europeia da zona EU27 irá ter uma evolução gradual de 495,4 milhões de pessoas, em 2008, para 520,7 milhões em 2035, a partir do qual esta irá gradualmente diminuir até chegar aos 515,3 milhões de pessoas em 2050. Desta forma, espera-se que o total da população cresça cerca de 4% no período de tempo entre 2008 e 2050.

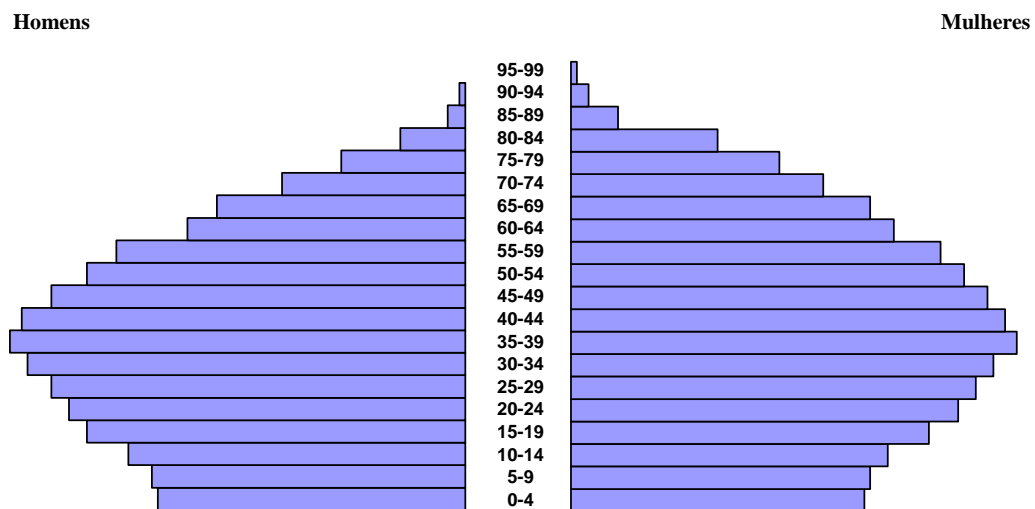
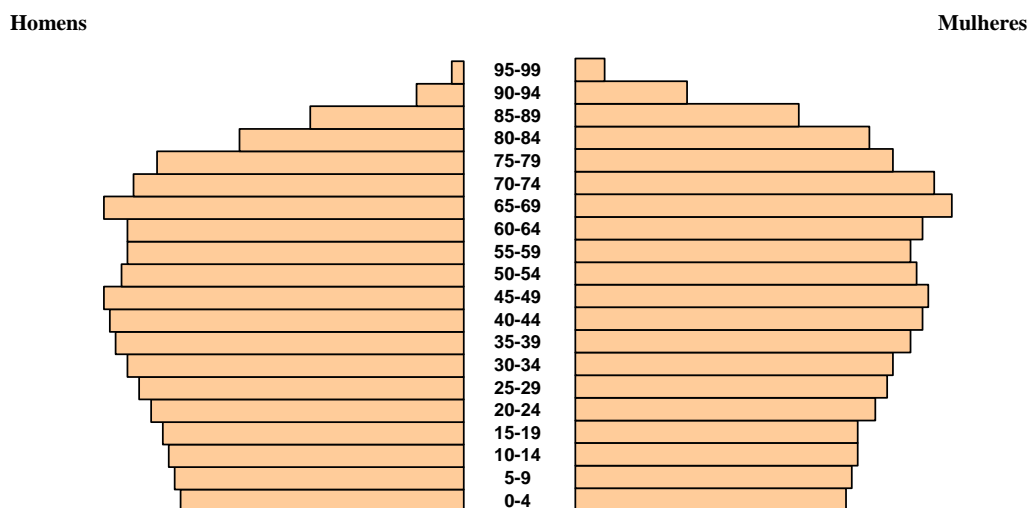


Gráfico 0.1. Pirâmide Etária, Europa, 2008 (Eurostat: 2008)



**Gráfico 0.2.** Pirâmide Etária, Europa, 2050 (Eurostat: 2008)

Mais uma vez se comprova, através destas projecções da EUROSTAT, um envelhecimento demográfico generalizado. Podemos verificar que, o peso da população com 65 ou mais anos de idade no total da população europeia aumentará de 17,1%, em 2008, para 28,8% em 2050, o que significa um aumento em termos absolutos de 84,6 milhões de pessoas idosas, em 2008, para um total de 148,4 milhões em 2050. Além disto, as projecções mostram também um acentuado crescimento da população com 80 ou mais anos, passando de 21,8 milhões em 2008 para 56,6 milhões em 2050, o que corresponde a um aumento de cerca de 160%.

O índice de dependência dos idosos europeus da zona EU27 deverá aumentar substancialmente entre 2008 e 2050, passando dos actuais 25 indivíduos dependentes por cada 100 pessoas da população activa para os 50 indivíduos dependentes.

### 0.1.2.3. O Envelhecimento e as Políticas Públicas Mundiais

#### A) A ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS (ONU)

##### i) I Assembleia Mundial sobre o envelhecimento de Viena

Considerado como o marco inicial para a criação de uma agenda internacional de políticas públicas dirigidas à população idosa, realizou-se em 1982, em Viena, a primeira *Assembleia Mundial das Nações Unidas sobre o Envelhecimento*. Esta Assembleia foi o primeiro fórum global intergovernamental centrado na questão do envelhecimento individual

e demográfico, do qual resultou na aprovação do Plano de Acção Internacional para o Envelhecimento<sup>20</sup>, constituindo políticas públicas a serem elaboradas para este grupo da população.

Este plano, concede especial atenção às pessoas idosas, tendo resultado, nomeadamente na *Proclamação dos 18 Princípios das Nações Unidas* em prol das Pessoas Idosas<sup>21</sup> agrupados em cinco grandes temas:

- a *promoção da independência* para garantir a autonomia física e financeira, ou seja, o acesso aos direitos humanos básicos: alimentação, habitação, saúde, trabalho e educação;
- a *participação e a integração dos idosos na sociedade* através de um ambiente propício para que possam socializar e partilhar os seus conhecimentos e habilidades com gerações mais jovens;
- os *cuidados* referem-se à necessidade do desfrute pelos idosos de todos os direitos humanos e liberdades fundamentais, através do cuidado familiar ou institucional;
- a *auto-realização* significa a possibilidade de os idosos fazerem uso de oportunidades para o desenvolvimento do seu potencial, por meio do acesso a recursos educacionais, culturais, espirituais e recreativos;
- a *dignidade das pessoas idosas* assegura aos idosos a possibilidade de uma vida digna e segura, livre de toda e qualquer forma de exploração e maus-tratos.

Este plano, tem como objectivos garantir a segurança económica e social dos indivíduos idosos, bem como identificar as oportunidades para a sua integração. Apresentou as directrizes e os princípios gerais para enfrentar o desafio do envelhecimento populacional, sendo estruturado sob a forma de 66 recomendações para os Estados Membros referentes a sete áreas: saúde e nutrição, protecção ao consumidor idoso, moradia e meio ambiente, família, bem-estar social, previdência social, trabalho e educação. Estes princípios tornam específico para este grupo da população a *Declaração Universal dos Direitos Humanos*.

---

<sup>20</sup> Resolução nº 37/95, ONU.

<sup>21</sup> Consagrados pela Resolução nº 46/91 da Assembleia-Geral da ONU, de 16 de Dezembro de 1991.

Quando o primeiro *Plano de Acção Internacional sobre o Envelhecimento* foi adoptado em Viena, em 1982, destinava-se quase exclusivamente aos países mais desenvolvidos, onde o envelhecimento começava a suscitar uma preocupação considerável. Posteriormente, muitos eventos realizados pelas Nações Unidas contribuíram para a evolução da agenda política global em matéria de envelhecimento. A Assembleia decidiu proclamar 1999 como o *Ano Internacional das Pessoas Idosas* e convocar uma segunda Assembleia para 2002. As iniciativas das Nações Unidas sobre o envelhecimento ganharam uma forma mais definida com a *Declaração do Milénio de 2000*<sup>22</sup>.

## ii) Entre a I Assembleia e a II Assembleia Mundial

Os 20 anos que transcorreram entre as duas *Assembleias Mundiais* foram acompanhados por mudanças profundas nos planos económico, social e político. Só durante a década de 90, a questão do envelhecimento tornou-se importante nos países em desenvolvimento.

Em 1992, a *Assembleia-Geral da ONU* aprovou a *Proclamação sobre o Envelhecimento*, que estabeleceu o ano de 1999 como o *Ano Internacional dos Idosos* e definiu parâmetros conceptuais sobre o envelhecimento. Em 1995, estes parâmetros foram elaborados<sup>23</sup> e a exemplo da *Proclamação sobre o envelhecimento* conta com quatro principais dimensões para a análise de uma sociedade para todas as idades:

- ✓ a situação dos idosos;
- ✓ o desenvolvimento individual durante toda a vida;
- ✓ as relações multigeracionais;
- ✓ a inter-relação entre envelhecimento da população e desenvolvimento social.

---

<sup>22</sup> Esta declaração, adoptada em 2000, por todos os 189 Estados Membros da Assembleia-geral das Nações Unidas, lançou um processo decisivo de cooperação global no século XXI. Foi dado um enorme impulso às questões do Desenvolvimento com a aprovação dos denominados Objectivos de Desenvolvimento do Milénio pela comunidade internacional, a serem atingidos num prazo de 25 anos, nomeadamente: a) Erradicar a pobreza extrema e a fome; b) Alcançar a educação primária universal; c) Promover a igualdade do género e capacitar as mulheres; d) Reduzir a mortalidade infantil; e) Melhorar a saúde materna; f) Combater o HIV/SIDA, a malária e outras doenças; g) Assegurar a sustentabilidade ambiental; h) Desenvolver uma parceria global para o desenvolvimento.

<sup>23</sup> Documento 50/114, ONU.



Assim, o *Ano Internacional dos Idosos* contribuiu para a promoção da consciência destes problemas, assim como para a pesquisa e acção em matéria de políticas, em todo o mundo, ajudando a promover oportunidades relativas a todas as fases da vida. Os países membros das Nações Unidas foram incentivados a aplicar os cinco princípios básicos a favor dos idosos, já adoptados na Assembleia-Geral de 1991: independência, participação, cuidados, auto-realização e dignidade. Foi neste contexto que a *Declaração do Milénio de 2000*, apesar de não fazer menção explícita à questão do envelhecimento, convocou toda a humanidade a participar num esforço para a redução da pobreza e para a consagração dos direitos humanos.

Ao longo da década de 90, o envelhecimento passou a ser abordado, também, em muitos outros fóruns das Nações Unidas, como, por exemplo, as conferências mundiais sobre a população, aspectos sociais, género, meio ambiente, etc.

### **iii) II Assembleia Mundial sobre o Envelhecimento de Viena**

Conforme estabelecido na *54ª sessão da Assembleia-Geral da ONU*, a 3 de Novembro de 1999, em Madrid, a *II Assembleia Mundial sobre o Envelhecimento*, que se realizou em Abril 2002, com o objectivo de avaliar os resultados da *I Assembleia Mundial das Nações Unidas de Viena* e adoptar um novo *Plano de Acção Internacional sobre o Envelhecimento*, incluindo uma estratégia a longo prazo para uma sociedade para todas as idades.

Foi aprovado por unanimidade nesta segunda Assembleia uma nova *Declaração Política* que contém os principais compromissos assumidos pelos governos para executar o novo *Plano de Acção Internacional* que serviu de orientação à adopção de medidas normativas sobre o envelhecimento para promover o bem-estar social dos idosos. A questão principal que orienta este plano está no desafio que coloca, o rápido crescimento da população com mais de 60 anos, identificando a pobreza e a exclusão social como obstáculos primordiais para aceder a uma velhice digna. Espera-se que este novo plano exerça uma ampla influência nas políticas e programas dirigidos à população idosa em todo o mundo, especialmente nos países desenvolvidos.

O *Plano de Acção de Madrid* fundamenta-se em três princípios básicos:

- a) a participação activa dos idosos na sociedade, no desenvolvimento e na luta contra a pobreza;

- b) o fomento da saúde e bem-estar na velhice: promoção do envelhecimento saudável; e
- c) e a criação de um ambiente propício e favorável ao envelhecimento.

Assim sendo, os idosos podem contribuir para o bem-estar da sociedade e ao mesmo tempo, beneficiar dos direitos de cidadãos, de receberem atenção, serem independentes, participarem e serem tratados com dignidade (ONU, 2001).

Este *Plano* é um documento amplo que reúne 35 objectivos e 239 recomendações para a adopção de medidas dirigidas aos governos nacionais, mas insistindo na necessidade de parcerias com membros da sociedade civil e do sector privado para a sua execução, destacando-se, também, a importância da cooperação internacional<sup>24</sup>.

Nesta perspectiva, a *II Assembleia Internacional* reforçou o conceito de *Envelhecimento Activo*, emanado pela *Organização Mundial de Saúde (OMS)*, em 1997. Este conceito adoptado pela ONU como o «processo pelo qual se optimizam as oportunidades de bem-estar físico, social e mental durante toda a vida com o objectivo de ampliar a expectativa de vida saudável, a produtividade e a qualidade de vida na velhice» (ONU, 2002) tem por base o princípio de permitir aos idosos que permaneçam integrados e motivados na vida laboral e social, o que parece ser uma solução para difundir e implementar as medidas. Este conceito procura transmitir uma mensagem mais abrangente do que o conceito de *Envelhecimento Saudável* anteriormente adoptado pela OMS, e reconhecer, além dos cuidados com a saúde, outros factores que afectam o modo como os indivíduos e as populações envelhecem.

#### **iv) Estratégia Regional para a Implementação do Plano de Acção Internacional de Madrid 2002 sobre o Envelhecimento**

Reconhecendo as diversidades regionais no processo de envelhecimento, as condições socioeconómicas e culturais e o alto grau de generalização do *Plano Internacional de Madrid*, os órgãos regionais vinculados às Nações Unidas<sup>25</sup> elaboraram estratégias para a sua

---

<sup>24</sup> Cabe aos governos explicitar as parcerias no processo de implementação do plano, estabelecendo as responsabilidades de cada parte e as do próprio governo. A sua implementação é de direito e responsabilidade de cada Estado devendo cada país desenvolver os mecanismos necessários à promoção de um nível de bem-estar social adequado ao número adicional de anos de vida da população idosa.

<sup>25</sup> Comissão Económica para a Europa, Comissão Económica para a Ásia Ocidental e Comissão Económica para a África.

implementação, levando em conta as especificidades das suas regiões e as necessidades dos idosos em cada uma delas.

Assim, em Setembro de 2002, realizou-se, em Berlim, a *Conferência Ministerial sobre o Envelhecimento* com o objectivo de adoptar uma Estratégia Regional para a Implementação do Plano de Acção Internacional de Madrid 2002 sobre o Envelhecimento:

- ✓ Integrar a questão do envelhecimento em todas as políticas com o objectivo de se alcançar uma sociedade para todas as idades.
- ✓ Assegurar a total participação e integração das pessoas idosas na sociedade.
- ✓ Promover um crescimento económico sustentável e equitativo como resposta ao envelhecimento da população.
- ✓ Adaptar os sistemas de protecção social em resposta às alterações demográficas e às suas consequências económicas e sociais.
- ✓ Permitir que o mercado laboral responda às consequências económicas e sociais do envelhecimento demográfico.
- ✓ Promover a aprendizagem ao longo da vida e adaptar os sistemas de educação com vista a enfrentar a mudança das condições económicas, sociais e demográficas.
- ✓ Desenvolver esforços para assegurar a qualidade de vida em todas as idades, e permitir uma vida autónoma, incluindo a saúde e o bem-estar.
- ✓ Integrar a perspectiva de género na sociedade idosa.
- ✓ Apoiar as famílias que fornecem cuidados a pessoas idosas e promover a solidariedade intrageracional e intergeracional entre os seus membros.
- ✓ Promover a implementação e o seguimento da estratégia de implementação regional através da cooperação regional.

**B) A ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DE SAÚDE (OMS)**

Em 1995, quando a *OMS* mudou o nome do seu “Programa de Saúde das Pessoas Idosas” para o “Envelhecimento e Saúde” sinalizava uma mudança importante de orientação. Em vez de categorizar os idosos, a nova denominação abrangeu uma perspectiva do curso de vida: todos nós envelhecemos e a melhor maneira de assegurar uma boa saúde para o futuro dos grupos de pessoas mais velhas é prevenindo doenças e promovendo a saúde durante a vida. A perspectiva de curso de vida para o envelhecimento activo reconhece que os mais velhos não constituem um grupo homogéneo e que a diversidade entre os indivíduos tende a aumentar com a idade. Intervenções que criam ambientes de apoio e promovem opções saudáveis são importantes em todos os estágios da vida.

A meta do *Programa do Envelhecimento e Saúde* foi desenvolver políticas que assegurassem a obtenção da melhor qualidade de vida possível, pelo maior tempo possível e para o maior número de pessoas. Para isto ser alcançado, a *OMS* promoveu a base do conhecimento de Gerontologia e da Medicina geriátrica através de tentativas de investigação e dos esforços de educação. É preciso enfatizar a adopção de iniciativas interdisciplinares e intersetoriais, principalmente aquelas direccionadas aos países em desenvolvimento, voltadas para os índices rápidos e sem precedentes da população que envelhece dentro de um contexto de pobreza e de problemas de infra-estrutura não solucionados. Além disto, o *Programa* ressalta a importância de:

- ✓ adoptar abordagens baseadas na comunidade, realçando a comunidade como um cenário chave para as intervenções;
- ✓ respeitar os contextos e as influências culturais;
- ✓ reconhecer a importância das diferenças de género;
- ✓ fortalecer o vínculo entre as gerações;
- ✓ respeitar e entender as questões éticas relacionadas com a saúde e o bem-estar na velhice.

No Ano Internacional dos Idosos, em 1999, os temas do *Dia Mundial da Saúde* foram “o envelhecimento activo faz a diferença” e o “Movimento Global pelo Envelhecimento Activo”, lançados pela directora-geral da *OMS*, Dra. Gro Harlem Brundtland. Nessa ocasião, a

Dra. Brundtland afirmou: “*preservar a saúde e a qualidade de vida ao longo da mesma fará muito pela construção de vidas realizadas, a uma comunidade de gerações que convivem harmoniosamente e a uma economia dinâmica*”. A OMS é encarregada de promover o *Envelhecimento Activo* como uma componente indispensável de todos os programas de desenvolvimento.

Em 2002, o nome do programa da OMS mudou para “*Envelhecimento e o Curso de Vida*” para reflectir a importância da perspectiva do curso de vida. Os vários focos do anterior programa e a ênfase nas actividades de desenvolvimento com parceiros múltiplos de todos os sectores e de várias disciplinas foram mantidos, e incluiu-se a investigação e a formação, a disseminação da informação e o desenvolvimento da defesa e da política.

Entre as contribuições dadas pela OMS à *II Assembleia Mundial sobre o Envelhecimento*, cabe citar a apresentação de um marco normativo (*Active Ageing: a policy framework*, documento WHO/NMH/NPH/02.8), desenvolvido através do *Programa de Envelhecimento e Curso de Vida*, e a formulação de políticas sobre o envelhecimento activo à escala mundial e regional para a execução do Plano Internacional, para aumentar a saúde e a participação entre as populações que envelhecem e ao mesmo tempo assegurar que os idosos tenham segurança, protecção e cuidados adequados quando eles precisarem de assistência.

#### **i) Marco Normativo: Conceito *Envelhecimento Activo***

Confrontada perante as questões colocadas pelo envelhecimento da população, no final dos anos 90, a OMS defende a ideia de *Envelhecimento Activo* como “*o processo de optimização das oportunidades para a saúde, a participação e a segurança, com o objectivo de melhorar a qualidade de vida à medida que as pessoas envelhecem*”, através da qual promove políticas que mantenham as pessoas activas tanto tempo quanto possível.

A abordagem do *Envelhecimento Activo* é baseada no reconhecimento dos direitos humanos das pessoas mais velhas e nos princípios de independência, participação, dignidade, assistência e auto-realização estabelecidos pela *Organização das Nações Unidas*. Com esta abordagem, o planeamento estratégico deixa de ter um enfoque baseado nas necessidades (que considera as pessoas mais velhas alvos passivos) e passa ter um enfoque baseado nos direitos, o que permite o reconhecimento dos direitos dos mais velhos à igualdade de oportunidades e tratamento em todos os aspectos da vida à medida que envelhecem.

Uma abordagem de envelhecimento activo para o desenvolvimento de políticas e programas tem o potencial de dirigir-se a muitos dos desafios inerentes ao envelhecimento individual e populacional. Quando as políticas sociais de saúde, de mercado de trabalho, de emprego e de educação apoiarem o envelhecimento activo, teremos muito provavelmente:

- ✓ menos mortes prematuras em estágios da vida altamente produtivos;
- ✓ menos deficiências associadas a doenças crónicas na 3ª idade;
- ✓ mais pessoas aproveitando uma melhor qualidade de vida à medida que envelhecem;
- ✓ mais pessoas participando activamente, à medida que envelhecem, de aspectos sociais, culturais, económicos e políticos da sociedade, em actividades remuneradas ou não na vida doméstica, familiar e comunitária
- ✓ menos gastos com tratamentos médicos e serviços de assistência médica.

Programas e políticas de *Envelhecimento Activo* reconhecem a necessidade de incentivar e equilibrar responsabilidade pessoal (cuidado consigo mesmo), ambientes amistosos para a faixa etária e solidariedade entre gerações. As famílias e os indivíduos precisam se planear e se preparar para a velhice, e precisam se esforçar pessoalmente para adoptar uma postura de práticas saudáveis em todas as fases da vida. Ao mesmo tempo, é necessário que os ambientes de apoio façam com que as opções saudáveis sejam as mais fáceis.

## **ii) Factores Determinantes do Envelhecimento Activo**

O *Envelhecimento Activo* depende de uma diversidade de influências ou «determinantes» que rodeiam as pessoas, as famílias e as nações. Compreender a evidência empírica de que dispomos sobre estes determinantes ajudaram a desenhar políticas e programas que obtenham êxito nessa área.

Então, segundo a *OMS*, os factores determinantes da saúde que actuam no processo de envelhecimento são:

- 1) *Serviços de saúde e serviços sociais*: para promover o envelhecimento activo, os sistemas de saúde precisam adoptar uma perspectiva de curso de vida, focado na promoção de saúde, na prevenção de doenças e no acesso imparcial a cuidados primários de qualidade e a cuidados prolongados de saúde.
- 2) *Determinantes biológicos e individuais*: Enquanto os genes podem estar envolvidos nas causas de doenças, muitas delas são provocadas por factores ambientais e externos numa proporção bem maior do que as causas genéticas e internas.
- 3) *Determinantes comportamentais*: A adopção de hábitos e de um estilo de vida saudável, associados à participação activa, são factores importantes em qualquer fase do curso de vida. Um dos mitos do envelhecimento é que se torna tarde demais para se adoptar novos hábitos na idade madura e avançada. Pelo contrário, estabelecendo uma rotina adequada de exercícios físicos, uma alimentação saudável, abolindo o fumo e o álcool e fazendo uso sensato de medicamentos nessa fase da vida são factores que previnem doenças e declínio funcional, aumentando a expectativa de vida, garantindo qualidade de vida.
- 4) *Meio ambiente e barreiras arquitectónicas*: Grande parte dos ferimentos sofridos por idosos poderiam ser prevenidos; no entanto, a visão comum que insiste em classificá-los como simples "acidentes" têm resultado em negligência histórica, nessa área, por parte da saúde pública.
- 5) *Determinantes sociais*: De acordo com a *Rede Internacional de Prevenção a Maus-tratos a idosos*, a sua definição consiste em "actos únicos ou repetidos ou mesmo na ausência de acção apropriada que venha a ocorrer em qualquer relação em que haja expectativa de confiança e que venha a causar danos ou sofrimento a uma pessoa idosa" (Action on Elder Abuse, 1995).
- 6) *Determinantes económicos*: Manter o foco do mercado de trabalho pautado apenas no mercado formal faz com que não consideremos a valiosa contribuição que as pessoas idosas têm no mercado informal (por ex. actividades autónomas e trabalho doméstico) além de trabalhos não remunerados desempenhados no domicílio e na comunidade.

Estes seis determinantes têm em comum o corte transversal da cultura e de género. Cultura, que permeia todos os indivíduos e povos, determinando a forma com que envelhecemos porque elas influenciam todos os outros determinantes de envelhecimento activo. Género, por ser o prisma através do qual é considerada a adequação das várias opções de políticas e de como elas irão influenciar o bem-estar tanto dos homens quanto das mulheres.

### **iii) Desafios do *Envelhecimento Activo***

Os desafios de uma população em processo de envelhecimento são globais, nacionais e locais. Superar esses desafios requer um planeamento inovador e reformas políticas substanciais tanto em países desenvolvidos como em países em vias de desenvolvimento.

- O duplo fardo da doença: conforme as nações se industrializam, mudanças nos padrões de vida e trabalho são inevitavelmente acompanhadas por uma transformação nos padrões das doenças sofridas. Essas transformações apresentam maior impacto nos países em desenvolvimento. Ainda lutando contra doenças infecciosas, desnutrição e complicações pós-parto, esses países deparam-se com o rápido crescimento das chamadas doenças não transmissíveis (DNTs). Este “duplo fardo das doenças” reduz ao seu limite recursos já escassos.
- O aumento do risco da incapacidade: nos países desenvolvidos e em desenvolvimento, doenças crónicas são causas significativas e dispendiosas de invalidez e da baixa qualidade de vida. A independência de pessoas mais velhas é ameaçada quando deficiências de ordem física ou mental tornam actividades quotidianas difíceis de executar.
- Proporcionando cuidado para populações em processo de envelhecimento: Conforme as populações envelhecem, um dos maiores desafios da política de saúde é alcançar um equilíbrio entre o apoio ao auto-cuidado<sup>26</sup>, apoio informal<sup>27</sup> e cuidado formal<sup>28</sup>

---

<sup>26</sup> pessoas que cuidam de si mesmas.

<sup>27</sup> cuidado por membros da família e amigos.

<sup>28</sup> serviços sociais e de saúde; os cuidados formais incluem cuidados de saúde primários implementados, em sua maioria, em nível comunitário, e cuidado institucional em hospitais ou casas de repouso.



- A feminização do envelhecimento: em geral, as mulheres vivem mais do que os homens. Este facto se reflecte na alta parcela de mulheres por homem em grupos de idade mais avançada. Por exemplo, em 2002, haviam 678 homens para cada 1000 mulheres de 60 anos ou mais na Europa. Em regiões menos desenvolvidas, haviam 879 homens para cada 1000 mulheres. As mulheres formam aproximadamente 2/3 da população acima de 75 anos em países como Brasil e África do Sul.
- Ética e Desigualdades: À medida que as populações envelhecem, uma variedade de considerações éticas vêm à tona. Elas estão frequentemente relacionadas com discriminação devido à idade na atribuição de recursos, aos assuntos relacionados com morte e a uma porção de dilemas ligados a cuidados de longo prazo e aos direitos humanos de cidadãos pobres e incapacitados. Avanços científicos e a medicina moderna suscitaram várias questões éticas relacionadas à pesquisa e manipulação genética, Biotecnologia, pesquisa celular e ao uso de tecnologia para prolongar a vida com o comprometimento da qualidade.
- A economia de uma população em processo de envelhecimento: os governantes temem, talvez mais que tudo, que o envelhecimento rápido da população leve a uma explosão impossível de ser detida no campo da saúde e dos custos de seguro social. Não há dúvidas de que a população da terceira idade irá aumentar as necessidades nestas áreas, no entanto existem também evidências de que inovação, cooperação de todos os sectores, planeamento e construção de políticas baseadas em dados e escolhas culturalmente apropriadas irão permitir aos países manobrar com sucesso a economia de uma população em processo de envelhecimento.
- Criando um paradigma novo: os idosos devem ser encarados como participantes activos em uma sociedade integrada pela idade e como contribuintes activos bem como beneficiários do desenvolvimento. Este paradigma exige uma abordagem que reconheça a importância das relações e do apoio entre membros da família e entre as gerações bem como desafia o ponto de vista tradicional de que aprender é função apenas de crianças e jovens, reforçando “uma sociedade para todas as idades” – o foco central do *Ano das Pessoas Idosas das Nações Unidas* de 1999.

#### iv) Respostas aos Desafios

O envelhecimento da população é um fenómeno global que exige acção local, internacional, nacional e regional. Num mundo cada vez mais interligado, a omissão em lidar de um modo sensato, em qualquer parte do mundo, com o imperativo demográfico e as mudanças rápidas nos tipos de doenças terá consequências políticas e socio-económicas.

A estrutura política destinada ao envelhecimento activo destacada abaixo é orientada pelos *Princípios das Nações Unidas para as Pessoas Idosas*<sup>29</sup>. A estrutura desta política requer acções em três pilares básicos:

1. Saúde: quando os factores de risco (tanto ambientais como comportamentais) das doenças crónicas e o declínio funcional se mantêm em níveis baixos, e os factores são elevados, as pessoas desfrutam de mais anos e de mais qualidade de vida. Permanecem sãs e podem orientar as suas próprias vidas quando envelhecem; quanto às pessoas que necessitam de assistência, estas devem ter acesso a toda a gama de serviços sociais e de saúde.
2. Participação: as pessoas idosas seguirão fazendo uma contribuição produtiva à sociedade em actividades tanto remuneradas como sem remuneração quando as políticas e os programas sociais, laborais, de emprego, de educação e de saúde fomentem sua total participação em actividades socioeconómicas, culturais e espirituais, de acordo com os seus direitos, capacidades, necessidades e preferências.
3. Segurança: quando as políticas e os programas abordarem necessidades sanitárias, sociais, económicas e de segurança física e os direitos das pessoas idosas, estas verão garantidas a sua protecção, a sua dignidade e a sua assistência no caso em que já não possam manter e proteger-se a si mesmas. Apoiar-se-á as famílias e as comunidades nos seus esforços para cuidar dos seus entes queridos de mais idade.

---

<sup>29</sup> A relembrar: independência, participação, assistência, auto-realização e dignidade.

### 0.1.3. Envelhecimento em Portugal

#### 0.1.3.1. Situação Demográfica<sup>30</sup>

À imagem do que acontece no resto do mundo, também em Portugal a redução da natalidade e o aumento da longevidade resultam na intensificação da tendência de um duplo envelhecimento populacional, traduzido por um decréscimo da população jovem (cerca de 37%, entre 1960 e 2007) e um acentuado incremento da população idosa (cerca de 161,1%, entre 1960 e 2007). Esta situação é facilmente observável pela comparação das pirâmides etárias da população residente em Portugal nos anos de 2007 e 2050 (previsão): estreitamento da base da pirâmide e, simultaneamente, um alargamento do topo da pirâmide.

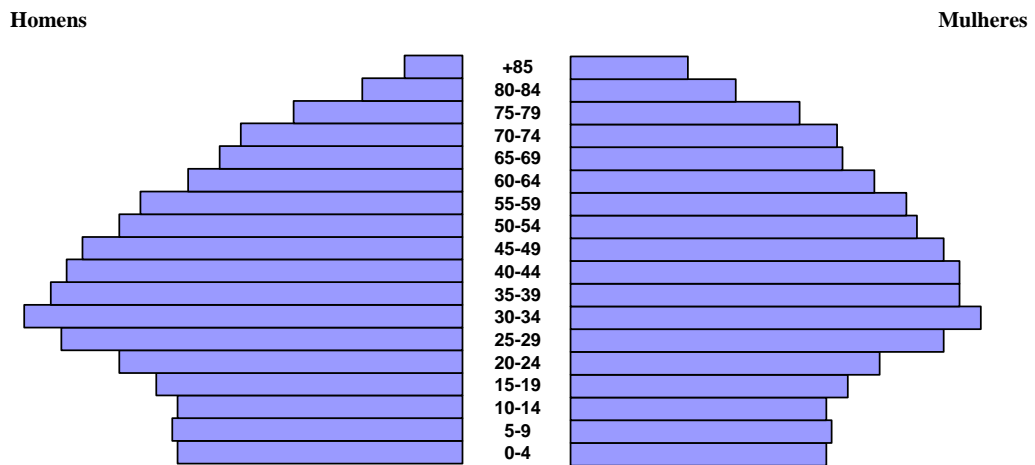


Fig. 0.3. Pirâmide Etária, Portugal, 2007 (INE: 2008)

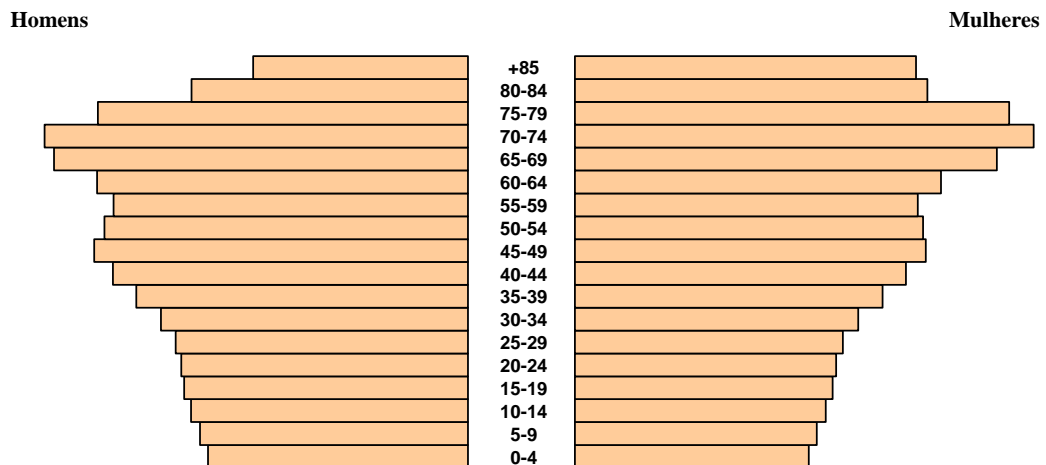


Fig. 0.4. Pirâmide Etária, Portugal, 2050 (INE: 2008)

<sup>30</sup> Os dados relativos ao período entre 1960 aqui apresentados foram retirados do documento preparado, em Março de 2002, pelo Serviço de Estudos sobre a População do Departamento de Estatísticas Censitárias e da População do INE, baseado nos dados recolhidos no último Recenseamento da População elaborado a 12 de Março de 2001, sob a designação de “Envelhecimento em Portugal – Situação demográfica e socio-económica recente das pessoas idosas”.

Efectivamente, considerando que em 31 de Dezembro de 2007 a população residente em Portugal foi estimada em 10.617.575 indivíduos, a proporção da população idosa passou de 8,0%, em 1960, para 17,4% da população total em 2007, o que significa um aumento em termos absolutos de mais de um milhão de indivíduos, passando de 708.570, em 1960, para 1.849.831 em 2007, dos quais 772.405 são homens e 1.077.426 são mulheres. Esta superioridade numérica das mulheres justifica-se com o aumento da esperança de vida. As previsões para 2050 apontam para um aumento de efectivos desta faixa etária para 32% do total da população, prevendo-se atingir assim um valor próximo dos três milhões de indivíduos.

Relativamente à população jovem, esta representa 15,3% da população total em 2007, e a superioridade numérica da população idosa começa a verificar-se a partir de 1999.

No entanto, o ritmo de crescimento dentro da população idosa não é homogéneo. Para a faixa etária dos mais idosos (80 e mais anos), o ritmo de crescimento da população foi mais acentuado. Em 1960, este grupo etário correspondia a 1,2% face ao total da população, passando a ocupar cerca de 4,2% da população em 2007, reflexo de uma crescente longevidade, apresentando um crescimento mais significativo do que qualquer outra faixa etária. Segundo as estimativas para 2050, prevê-se que a população com 80 ou mais anos atinja um peso de 10,2% na população em Portugal, o que em valores absolutos significa cerca de 950 mil indivíduos com idade igual ou superior a 80 anos.

O índice de envelhecimento<sup>31</sup>, ultrapassando pela primeira vez os 100 indivíduos em 1999, reflecte bem o envelhecimento da população nos últimos 47 anos. Em 1960, para cada 100 jovens residiam em Portugal cerca de 27 indivíduos idosos, este valor ascendeu para 114 por cada 100 jovens em 2007, podendo atingir os 243 em 2050. Mais uma vez comprova-se aqui a evidência da diferença entre os sexos, sendo o envelhecimento mais acentuado no caso feminino (136 idosas para cada 100 jovens, em contrapartida de 92 idosos masculinos para cada 100 jovens) devido à sobremortalidade masculina.

De igual forma, o índice de longevidade<sup>32</sup> também traduz com bastante fidelidade o fenómeno do envelhecimento populacional verificado em Portugal nas últimas décadas. Sendo assim, este indicador aumenta de 34 indivíduos, em 1960, para 46 indivíduos em 2007,

---

<sup>31</sup> Relação entre o número de idosos e o número de jovens, definido habitualmente como a relação entre a população com 65 ou mais anos e a população com 0-14 anos (INE, 2002:12).

<sup>32</sup> Relação entre a população com 75 e mais anos e a população com 65 e mais anos. Este é um indicador adicional de medida de envelhecimento de uma população (INE, 2002:12).

verificando-se mais uma vez a superioridade feminina (49 idosas contra 42 idosos masculinos) em relação à masculina.

Quanto ao índice de dependência dos idosos, mais uma vez verifica-se o crescente fenómeno do envelhecimento através do aumento deste rácio que tem vindo a aumentar passando de 13, em 1960, e atingindo os 25 indivíduos idosos, em 2007, por cada 100 indivíduos em idade activa, prevendo-se que este valor duplique até 2050.

Entre 1960 e 2007, a esperança média de vida aumentou cerca de 13 anos para os homens e cerca de 14 anos para as mulheres. Desta forma, a esperança média de vida das mulheres é de 81,57 anos enquanto que os homens, em média, vivem apenas até aos 75,18 anos de idade. Estimou-se ainda que à idade dos 65 anos as mulheres ainda possam viver, em média, mais 19,48 anos enquanto os homens só deverão viver mais 16,07 anos. Quanto às diferenças entre os sexos neste parâmetro, estas atenuam-se à medida que se avança na idade, embora a vantagem do sexo feminino continue a manter-se.

À semelhança do que se verifica no Mundo, e em consequência das diferentes dinâmicas regionais, também em Portugal a distribuição da população idosa não é homogénea. Numa repartição por NUTS<sup>33</sup>, as regiões autónomas dos Açores e da Madeira são aquelas que têm os níveis de envelhecimento mais baixos do país devido à elevada taxa de fecundidade nestas zonas geográficas. Ao nível do Continente, a região do Norte é a região que tem a mais baixa proporção de idosos, em contrapartida da região do Alentejo que detém o maior peso relativa aos idosos, seguida do Algarve e Centro, com excepção da faixa litoral que se mostra bastante menos envelhecida.

### **0.1.3.2. O Envelhecimento e as Políticas Públicas Portuguesas**

A Constituição da República Portuguesa, no artº 72, define que as pessoas idosas têm direito à segurança económica e condições de habitação e convívio familiar para que respeitem a sua autonomia pessoal e evitem o isolamento e a marginalização social.

---

<sup>33</sup> Nomenclatura das Unidades Territoriais para fins estatísticos nível I, II e III (Decreto-lei nº 46/89, de 15 de Fevereiro), (INE, 2002:9)

Este princípio constitucional é levado a cabo através da *Política Social da Velhice*<sup>34</sup> que promove o bem-estar social através de prestações pecuniárias<sup>35</sup> ou benefícios fiscais, de serviços sociais<sup>36</sup> e outros serviços públicos<sup>37</sup>, assim como programas e projectos específicos.

Em Portugal, as políticas sociais de protecção às pessoas idosas iniciaram os seus primeiros passos no início da década de 60. Na área dos cuidados às pessoas idosas, essa protecção era essencialmente residual e assistencialista, beneficiando sobretudo as pessoas idosas doentes, e incidindo naquelas que tinham maiores dificuldades em permanecer no domicílio. As respostas às suas necessidades eram essencialmente a institucionalização em lares e asilos. (*cf.* Saraceno e Naldini, 2004)

Na década de 70, as políticas sociais dirigidas à população idosa expandiram-se, e foi a partir de 1974, na instauração da democracia, que ganharam maior incremento passando a fazer parte integrante do sistema de protecção social instituído à luz do modelo de referência importado dos países europeus centrais. No âmbito da Segurança Social, foram adoptadas várias medidas destinadas a suprimir graves lacunas existentes em matéria de protecção social. Assim em 1975, foi implementada uma pensão social para aquelas pessoas idosas que trabalharam ser vínculo contratual beneficiando aqueles que não têm recursos suficientes para a sua subsistência, e que ainda hoje permanece como um benefício social universal<sup>38</sup>.

Na sequência das recomendações feitas pelos organismos internacionais, e em particular pela União Europeia aos seus Estados Membros, em 1994 é criado o Programa de Apoio Integrado a Idosos (PAII)<sup>39</sup>. Destinado a pessoas com mais de 65 anos de idade, comporta um conjunto de medidas inovadoras com o intuito de melhorar a qualidade de vida das pessoas idosas, prioritariamente no seu domicílio e ambiente habitual de vida, desenvolvendo-se através de projectos em coordenação com as entidades locais.

Financiado por verbas do JOCKER<sup>40</sup> e gerido pelo Instituto da Segurança Social em conjunto com o Ministério da Saúde, o PAII tem como principais objectivos:

---

<sup>34</sup> “conjunto de intervenções públicas ou acções colectivas que estruturam, de forma explícita ou implícita, as relações entre a velhice e a sociedade” (Guillemard, Anne Marie – *cit. in* Correia, J. Martins, 2003:36).

<sup>35</sup> reformas e outros subsídios.

<sup>36</sup> equipamentos sociais de prestação de cuidados de saúde e de apoio social.

<sup>37</sup> saúde, habitação, escolaridade, entre outros.

<sup>38</sup> A implementação de benefícios sociais universais deu o direito às pessoas idosas de usufruírem de pensões sociais, por velhice e por invalidez.

<sup>39</sup> Despacho Conjunto n.º 259/94, de 1 de Julho, dos Ministros da Saúde e do Emprego e da Segurança Social.

<sup>40</sup> Decreto-Lei n.º 56/2006, de 15 de Março

- ✓ Promover a autonomia das pessoas idosas e/ou pessoas dependentes, prioritariamente no seu meio ambiente habitual de vida;
- ✓ Estabelecer medidas destinadas a assegurar a mobilidade das pessoas idosas e a acessibilidade a benefícios e serviços.
- ✓ Implementar respostas de apoio às famílias que tenham de assegurar cuidados e acompanhamento adequados a familiares que se encontrem em situação de dependência, nomeadamente pessoas idosas.
- ✓ Promover e apoiar a formação de prestadores de cuidados informais e formais, de profissionais, familiares, voluntários e outras pessoas da comunidade;
- ✓ Promover atitudes e medidas preventivas do isolamento, da exclusão e da dependência.

Inspirado nas recomendações das organizações internacionais sobre a política para a população idosa, nomeadamente no plano de *Acção Internacional para o Envelhecimento de 2002*, e no *PAII*, o Ministério da Saúde aprovou, em 2004, o *Programa Nacional para a Saúde das Pessoas Idosas*. Como parte integrante do *Plano Nacional de Saúde 2004-2010*, este programa procura “*contribuir para a promoção de um envelhecimento activo e saudável ao longo de toda a vida e para a criação de respostas adequadas às novas necessidades da população idosa. Pretende, ainda, que sejam estimuladas as capacidades das pessoas idosas, assim como a sua participação activa na promoção da sua própria saúde, autonomia e independência*” (Programa Nacional para a Saúde das Pessoas Idosas, 2004:12).

O *Programa Nacional para a Saúde das Pessoas Idosas* possui três pilares estratégicos de intervenção nas áreas da promoção do envelhecimento activo e saudável ao longo da vida, da organização e prestação dos cuidados de saúde mais adequados às necessidades específicas das pessoas idosas e da promoção e desenvolvimento intersectorial de ambientes facilitadores da autonomia e independência das pessoas idosas

Tendo como objectivo primordial a manutenção da autonomia, independência, qualidade de vida e recuperação global das pessoas idosas, preferencialmente no seu domicílio e ambiente habitual de vida, o *Programa Nacional para a Saúde das Pessoas Idosas* exige a rápida aplicação de um modelo conceptual integrado em estreita coordenação

com a Rede de Cuidados Continuados de Saúde<sup>41</sup>. Assim, procurando identificar as necessidades não satisfeitas no que diz respeito à prestação de cuidados de saúde e de apoio social, recolher e organizar contributos de diversos parceiros sociais e institucionais relevantes para a concepção, criação, desenvolvimento e acompanhamento dos serviços comunitários de proximidade destinados à satisfação dessas necessidades da população idosa, foi criada a Comissão para o Desenvolvimento dos Cuidados de Saúde às Pessoas Idosas e aos Cidadãos em Situação de Dependência<sup>42</sup> que propôs um modelo de intervenção e um plano de acção que possibilitassem que assentam na articulação entre instituições locais de saúde e de solidariedade social, entidades privadas e autarquias, para dar resposta às necessidades em cuidados continuados integrados de saúde e de apoio social.

Assim, no sentido de dar seguimento aos trabalhos desenvolvidos pela anterior Comissão foi criada a Coordenação Nacional para a Saúde das Pessoas Idosas e dos Cidadãos em Situação de Dependência<sup>43</sup> que funciona junto do Alto Comissariado da Saúde<sup>44</sup>.

Entretanto, em execução dos trabalhos da Coordenação Nacional foi criada a Rede Nacional de Cuidados Continuados Integrados<sup>45</sup> no âmbito dos Ministérios do Trabalho e da Solidariedade Social e da Saúde.

As linhas de acção definidas para o desenvolvimento dos cuidados de saúde aos idosos e às pessoas em situação de dependência, pela sua diversidade e multidisciplinaridade de actores, revelaram a necessidade de se criar uma estrutura de missão para a condução e lançamento do projecto global de coordenação e acompanhamento da estratégia de implementação de respostas de cuidados continuados integrados em interligação com as redes nacionais de saúde e de segurança social. É esta estrutura de missão para os cuidados continuados integrados<sup>46</sup> que vai conduzir e operacionalizar a implementação efectiva deste nível de cuidados<sup>47</sup>.

---

<sup>41</sup> Criada pela Lei n.º 281/2003, de 8 de Novembro.

<sup>42</sup> Criada pela Resolução do Conselho de Ministros n.º 84/2005, de 27 de Abril.

<sup>43</sup> Criada pelo despacho n.º 23035/2005, de 8 de Novembro.

<sup>44</sup> Criado pelo Decreto Regulamentar n.º 7/2005, de 10 de Agosto.

<sup>45</sup> Criada pelo Decreto-Lei n.º 101/2006, de 6 de Junho

<sup>46</sup> Prevista a sua criação na subalínea ii) da alínea b) do artigo 22.º da Resolução do Conselho de Ministros n.º 39/2006, publicada no Diário da República, 1.ª série-B, n.º 79, de 21 de Abril de 2006.

<sup>47</sup> Resolução do Conselho de Ministros n.º 168/2006, de 18 de Dezembro de 2006.



## 0.2. ENVELHECIMENTO E OS CUIDADOS DE SAÚDE DE LONGA DURAÇÃO

Muitos são os factores que contribuem fortemente para as mudanças demográficas que se têm vindo a verificar ao longo das últimas décadas. Entre outras, a transição epidemiológica<sup>48</sup> é um desses factores pois, à medida que as doenças infecciosas mortais e a taxa fecundidade diminuem, a idade média da população aumenta. Por outro lado, a melhoria da nutrição, do saneamento e da higiene e da rápida generalização dos conhecimentos no domínio da medicina e da sua aplicação nos centros de prestação de cuidados de saúde, levou a um aumento da longevidade das pessoas que sobreviveram às doenças da infância, que continua a aumentar ao longo dos anos. É por esta razão que se verifica uma diminuição da morbilidade passando a população a contar com mais idosos, fazendo com que a incidência das doenças não transmissíveis aumente, bem como as doenças crónicas.

Perante esta situação, podemos afirmar que o envelhecimento da população vem trazer um problema acrescido aos sistemas nacionais de cuidados de saúde: o aumento das despesas de saúde e manutenção do nível e da qualidade dos serviços de saúde e cuidados de longa duração destinados a uma população em processo de envelhecimento. É de salientar, no entanto, que segundo estudos efectuados concluiu-se que o envelhecimento demográfico não é a principal causa do aumento das despesas de saúde. Outros factores têm maior relevância na subida das despesas de saúde, tais como: as mudanças do comportamento das pessoas para que passem a ter uma vida mais saudável, a subida dos salários do pessoal médico, as insuficiências no funcionamento dos serviços de saúde, a adopção de novas técnicas médicas e a subida dos preços dos produtos farmacêuticos e dos seguros de saúde.

Dois outros desafios poderão ser colocados aos sistemas de saúde como consequência do aumento da população idosa: por um lado, a necessidade de novas competências dos especialistas e do pessoal de saúde devido ao aumento do número total de casos de pessoas com doenças crónicas, bem como de pessoas com incapacidades físicas e mentais; e por outro lado, necessidade de saber como prestar **cuidados de longa duração** a pessoas cuja doença é irreversível. Neste segundo desafio, a dificuldade consiste em encontrar soluções que preservem a dignidade e a independência das pessoas que precisam de cuidados de saúde permanentes, possibilitando-lhes a permanência no ambiente a que estão habituadas, pois devido às profundas mudanças sociais que se têm vindo a verificar (alteração da estrutura familiar tradicional, bem como o papel da mulher no seio da família como cuidadora informal

---

<sup>48</sup> Passagem da predominância das doenças infecciosas e da mortalidade materna e infantil para uma predominância das doenças não transmissíveis, em particular as doenças crónicas.

dos mais velhos) é cada vez mais difícil manter os actuais tipos de cuidados informais de longa duração.

A juntar ao primeiro desafio, temos o problema da disponibilidade de pessoal qualificado. À medida que o número de idosos for aumentando, aumentará a necessidade de um maior número de profissionais de saúde especializados em doenças crónicas e cuidados de longa duração. Assim, para solucionar este entrave deverão ser adoptadas medidas políticas destinadas a aumentar os recursos disponíveis para a formação do pessoal médico e adoptar medidas de incentivo que visem atrair mais pessoas às profissões ligadas à saúde e aos cuidados de longa duração, de acordo com as exigências criadas pelo envelhecimento da população.

É então evidente que o envelhecimento populacional está estreitamente ligado aos cuidados de longa duração. Como foi referido anteriormente, procura-se manter as pessoas que precisam de cuidados de saúde permanentes num ambiente a que estas estejam habituadas, em que geralmente é o seu domicílio. Sendo assim, é importante o desenvolvimento de serviços de cuidados de saúde domiciliários que podem vir a ser fomentados por meio de diversos incentivos financeiros e de vários serviços e de protecção social, a fim de alargar o sistema existente de cuidados familiares informais ou comunitários destinados às pessoas idosas.

**CAPITULO I**  
**A DEPENDÊNCIA E**  
**OS CUIDADOS A LONGO PRAZO**



## I.1. A DEPENDÊNCIA

No seio das questões sobre o envelhecimento, a dependência tem vindo a ocupar progressivamente um lugar de destaque. Tal centralidade deve-se precisamente ao facto de se verificar um crescimento bastante acentuado das situações incapacitantes nas pessoas mais velhas tais como os AVC's, as doenças pulmonares, a doença de Parkinson, as doenças osteoarticulares, as demências de vária ordem, e até as quedas ou acidentes de natureza diversa que conduzem à perda da autonomia. O declínio das capacidades físicas e mentais resultantes do processo de envelhecimento associado à maior prevalência de doenças crónicas podem efectivamente conduzir à dependência.

### I.1.1. Conceito

Mas afinal como poderemos definir a “dependência”?

Segundo o Dicionário Universal da Língua Portuguesa (1995; 454), por dependência entende-se “*s.f. sujeição; subordinação; acessório; anexo; filial; relação; conexão; entre dois ou mais objectos que faz com que uns não possam existir sem os outros*”. Palavra proveniente do latim “*estar suspenso a*”, é definida por Phaneuf (*cit in P. Fernandes, 2002:49*) como “*a incapacidade do indivíduo para adoptar comportamentos ou executar por si mesmo, sem a ajuda de terceiros, acções que lhe permitam alcançar um nível aceitável de satisfação das suas necessidades*”. Por outras palavras, podemos dizer que ser dependente, por ser idoso ou por outro qualquer motivo, passa pelo facto de o indivíduo não poder realizar sem ajuda de outros as principais actividades da vida diária, quer sejam físicas se a pessoa não se pode valer por si mesma, psicológicas se o indivíduo não dispõe de autonomia emocional para o desenvolvimento da sua vida, económicas se não dispõe de suficiente capacidade de financiamento para cobrir as necessidades de sobrevivência ou sociais se a pessoa não pode levar a cabo de forma autónoma actos jurídico-sociais.

Segundo Quaresma (2004:38), “*A definição de dependência exige uma definição de autonomia e de perda de autonomia, que possibilite a medida das perdas, em função de parâmetros e com objectivos precisos*”

Assim, para que possamos definir da melhor forma o conceito de dependência, parece-nos relevante fazer uma pequena referência aos complexos conceitos inerentes, tais como autonomia e incapacidade.

Etimologicamente, o termo autonomia deriva do grego *autos* (por si, próprio) e *nomos* (governo, lei) e significa “*governar-se a si próprio, ter lei própria*” (Viude, 2000:481). Por definição, autonomia é um “*s.f. estado do que é autónomo<sup>1</sup>; liberdade moral ou intelectual; independência<sup>2</sup> administrativa e/ou financeira; liberdade que tem um país, uma região, de se administrar segundo as suas leis*” (Dicionário Universal da Língua Portuguesa, 1995:177).

Segundo Albarede (*cit in* P. Fernandes, 2002:49) a autonomia é a capacidade e/ou direito que um indivíduo tem de ele próprio escolher os actos e os riscos que pode correr. Trata-se de um comportamento do indivíduo em relação a si mesmo, como actor responsável pelas suas leis e pelo sistema de valores que presidem às suas atitudes.

Quanto a incapacidade define-se por ser uma “*s.f. falta de capacidade<sup>3</sup>; inaptidão; inutilidade para o serviço; estado da pessoa privada por lei por lei de certos direitos*” (Dicionário Universal da Língua Portuguesa, 1995:826).

É a restrição na execução de uma actividade da vida diária, embora podendo ser compensada com o uso de artefactos ou adaptações, conforme o grau funcional do indivíduo Segundo Faro (2004). Esta pode ainda ser temporária ou definitiva, progressiva, estabilizada, regressiva ou compensada.

O termo “dependência” tem sido definido recentemente por vários organismos internacionais:

- **O American Institute of Medicine (1986)** “*define dependência como uma modalidade de assistência sócio-sanitária proporcionada a indivíduos que precisam de uma assistência básica continuada no tempo, devido a uma deterioração física ou mental*”.

---

<sup>1</sup> “*adj. que se governa por leis próprias; independente; autárquico*” (Dicionário Universal da Língua Portuguesa, 1995:177).

<sup>2</sup> “*s.f. qualidade ou estado de independente; liberdade; libertação*” (Dicionário Universal da Língua Portuguesa, 1995:831).

<sup>3</sup> “*(Lat. capacitate), s.f. âmbito interior de um corpo vazio; bojo; vão; qualidade de satisfazer a certo fim; idoneidade; habilitação; aptidão; poder; possibilidade legal; indivíduo de grandes aptidões e saber*” (Dicionário Universal da Língua Portuguesa, 1995:285).

- A **Organização Mundial de Saúde** define a uma pessoa dependente “*como aquela que não é completamente capaz de cuidar de si mesma e manter uma elevada qualidade de vida de acordo com as suas preferências, com o maior grau de independência, autonomia, participação, satisfação e dignidade pessoal possível*”.
- O **Conselho da Europa (1998)** define como dependente “*a pessoa que, por razões ligadas à falta ou perda de capacidade física, psíquica ou intelectual, tem necessidade de assistência e/ou ajuda para a realização das actividades da vida diária*”.
- O relatório da **Oficina del Defensor del pueblo** define dependência “*como a necessidade de atenção e cuidados que precisam as pessoas que não podem fazer por si mesmas as actividades da vida diária*”. Por outro lado, o **IMSERSO** define o conceito de dependência em termos muito similares: “*é dependente aquela pessoa que, como consequência de limitações graves de ordem física ou mental, precisam da ajuda de outra pessoa para realizar as actividades da vida diária*”.
- No seguimento da recomendação da Comissão de Ministros aos Estados Membros da UE (1998), o **Ministério da Segurança Social e do Trabalho (2002:16)** define dependência como: “*... um estado em que se encontram as pessoas que, por razões ligadas à falta ou perda de autonomia física, psíquica ou intelectual, têm necessidade de assistência e/ou de ajudas importantes a fim de realizar os actos correntes da vida ou AVD's*”.

Todas estas definições institucionais têm em comum a associação da dependência a uma situação de perda de autonomia para a realização de actividades básicas diárias (AVD's), situação esta que acontece com maior frequência durante a velhice.

### **I.1.2. A dependência no Mundo<sup>4</sup>**

A protecção da dependência tem fundamentalmente um carácter social ainda que também esteja muito relacionada com a cobertura sanitária. Por um lado, a pessoa dependente necessita receber cuidados para levar a cabo as actividades do dia-a-dia, por outro lado,

---

<sup>4</sup> Esta secção tem como base um artigo publicado pelo Instituto dos Actuários Espanhóis e desenvolvido por Pociello, E. et al. (2004), intitulado “*Cobertura de la dependencia: una comparación internacional*” [disponível em <http://www.actuarios.org/espa/revista22/dossier.htm>].

associamos o risco de dependência a problemas de Saúde que, neste âmbito, também requerem apoio e intervenção médica.

O sistema de cobertura do risco de dependência pode ser abordado no âmbito público ou no âmbito privado através da contratação de produtos seguradores que entre as suas prestações contemplam coberturas, tanto monetárias como assistenciais (residências geriátricas, centros especializados, etc.), frente a situações de dependência.

Na actualidade, existem estados como são o caso da Alemanha, França ou Suécia que têm optado por um modelo predominantemente público e universalista, enquanto que outros estados, dos quais o mais representativo é os Estados Unidos, têm impulsionado o mercado como principal instrumento de regulamentação e canalização da provisão da cobertura de dependência.

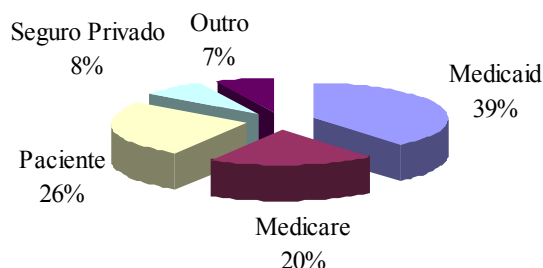
A Alemanha é o país europeu pioneiro em comercializar seguros de dependência, pelo que as primeiras experiências, dentro do âmbito privado, remontam a meados dos anos 80. Tal como veremos posteriormente, o estudo do seguro de dependência na Alemanha reveste-se de especial interesse, por quanto é um dos poucos países europeus que tem estabelecido um ramo de seguro próprio e distinto dos já existentes e, além disso, tem uma regulamentação e financiamento próprios diferenciados do resto da protecção social.

Os Estados Unidos, em cujo seio nasceu o seguro de dependência durante a primeira metade dos anos 70, apresenta um sistema de cobertura essencialmente privado, com uma grande variedade de fórmulas seguradoras.

#### **I.1.2.1. Estados Unidos da América**

O modelo de cobertura da dependência dos EUA é claramente privado e individual (**Gráfico I.1.**) com uma grande variedade de produtos oferecidos pelas seguradoras privadas, sendo da total responsabilidade dos cidadãos a subscrição desses produtos para fazer face à protecção do risco da dependência.

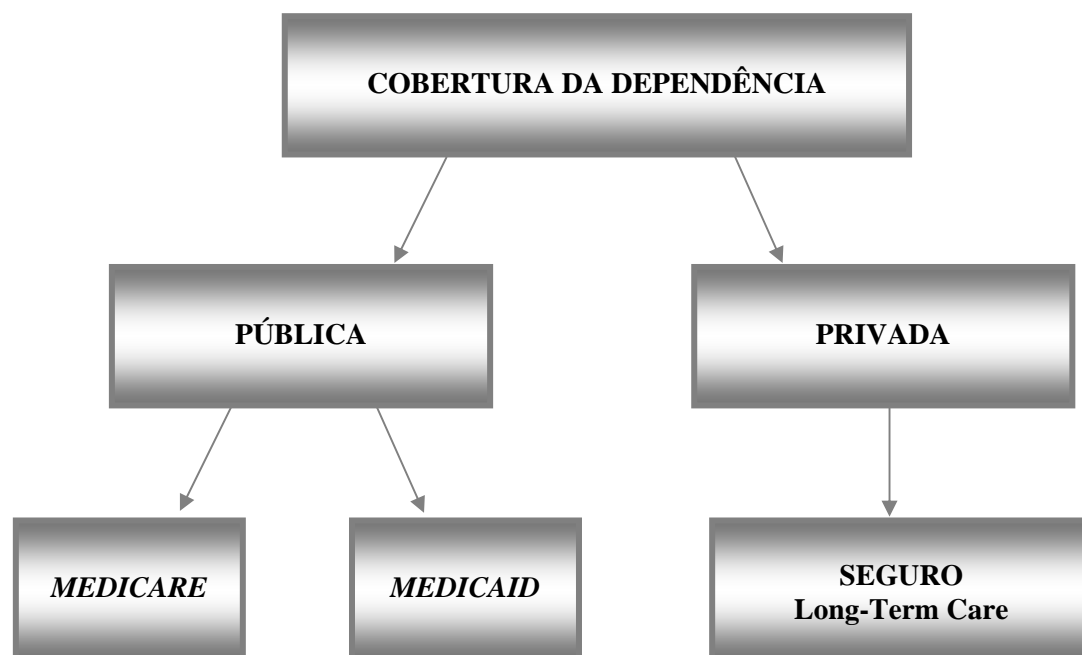




**Gráfico I.1.** Nível de financiamento da cobertura de dependência (Feder: 2000).

Do ponto de vista público, a cobertura da dependência é garantida através do acesso a duas instituições de Saúde Pública: o *Medicare* para pessoas com um nível económico-financeiro mais elevado, e o *Medicaid* para pessoas mais carenciadas. Desta forma, podemos considerar que o sistema de protecção à dependência norte-americano é um sistema universal pois através da intervenção do *Medicare* e, principalmente, do *Medicaid* ficam garantidos os cuidados necessários a todas as pessoas idosas dependentes.

Esquemáticamente, podemos representar o modelo de cobertura à dependência dos Estados Unidos da seguinte forma:



**Quadro I.1.** Modelo de cobertura do risco de dependência nos EUA

O financiamento do *Medicare* é feito através das contribuições dos trabalhadores (sendo uma parte a seu cargo e o restante a cargo do empregador) e dos prémios complementares pagos após o momento da reforma. O acesso ao benefício garantido pelo *Medicare* está condicionado a um número mínimo de 40 trimestres de contribuições, sendo que para aquelas pessoas que contribuam durante um período superior a estes 40 trimestres, ficam isentos do pagamento após a reforma dos prémios complementares.

Quanto às prestações públicas, o *Medicare* oferece as seguintes prestações, limitadas no tempo:

- *Apoio ao domicílio* através de uma empresa protocolada com o *Medicare* alguns dias na semana e apenas durante algumas horas por dia;
- *Assistência em residências para maiores* através de uma empresa protocolada com a *Medicare*, o dependente que tenha estado internado durante 3 dias no hospital e necessite de cuidados profissionais. Durante os primeiros 20 dias a cobertura é de 100% do valor da prestação contratada, a partir do 21º dia até ao 100º dia, se prevê um valor de franquia diária. A partir do 101º o paciente deixará de ter direito a receber ajuda adicional por parte do *Medicare*.
- *Estadias em hospitais* o *Medicare* garante o pagamento de uma prestação económica nos primeiros 60 dias de internamento, após os quais o gasto inerente ficará ao encargo do paciente.
- *Estadias em residências* para pessoas em situação de doença terminal resultante de doenças crónicas e com esperança de vida inferior a 6 meses.

O *Medicaid* é um programa social de âmbito nacional que constitui um pilar fundamental no apoio à cobertura do risco da dependência (Edebalk, *cit in* Pociello, E: 2004). A definição das prestações oferecidas pelo *Medicaid* é da responsabilidade de cada estado. A lei federal apenas obriga os estados a providenciar apoio domiciliário às pessoas dependentes, sendo que na maioria dos estados, o *Medicaid* oferece, entre as prestações sociais, a assistência institucional. Assim sendo, o *Medicaid* tem uma função similar à realizada pelo *Medicare*, à excepção do facto de ser dirigido a pessoas detentoras de escassos meios económicos.

No caso da cobertura privada, o seguro de dependência, usualmente denominado por *Long-Term Care (LTC)*, está especialmente pensado para aquelas pessoas que tenham chegado ao limite das garantias de acesso às prestações de dependência do *Medicare*, e que excedam as condições económicas impostas para aceder à ajuda do *Medicaid*. Este seguro tem um carácter absolutamente voluntário e normalmente contrata-se de forma individual.

Antes de aceitar o seguro, a companhia seguradora submete o segurado a um processo de selecção. O segurado além de passar por um completo e rigoroso exame médico, deve contribuir com o seu historial médico e responder a um conjunto de perguntas relativamente ao seu estilo de vida<sup>5</sup>.

Os critérios utilizados na detecção e reconhecimento da dependência baseiam-se na impossibilidade para desenvolver as actividades da vida diária (AVD's). O uso do critério das AVD's está muito estendido no seguro de dependência.

A extrema variedade de produtos de dependência oferecidos pelo mercado segurador americano dificulta a realização de uma descrição tipo. Os primeiros produtos foram desenhados para que o valor diário da indemnização a pagar estivesse entre €13,00 e €45,00 diários e apenas em situações de assistência residencial especializada para pessoas idosas. O tempo máximo de pagamento da prestação era de 4 a 5 anos, durante os quais o pagamento dos prémios ficaria suspenso. Esta primeira geração de produtos vendia-se às pessoas que recebiam a prestação do *Medicare*.

O desenvolvimento dos produtos incluindo a cobertura de apoio domiciliário tem dado lugar a uma mudança muito importante no desenho e nos critérios de pagamento das prestações. Normalmente, o custo do apoio domiciliário tem um custo inferior em 50% ao do internamento em residências especializadas.

Actualmente, as coberturas são muito mais amplas e as apólices cobrem não só o pagamento em residências especializadas como também em centros de dia ou de apoio domiciliário. Os produtos são mais flexíveis e combinam várias coberturas com limites de indemnização diários ou semanais com um limite máximo de reembolso.

---

<sup>5</sup> Com efeito, como critérios de selecção para um seguro deste tipo se crê que as atitudes e o estilo de vida da pessoa são mais importantes para a valorização da dependência do que as lesões médicas que pode ter sofrido o paciente ao longo da vida. Segundo alguns especialistas, os tratamentos médicos podem prevenir cerca de 10% da dependência, ao contrário do estilo de vida, das atitudes e dos costumes que podem prevenir entre 40% a 70%.

Nos Estados Unidos existe ainda uma fórmula específica que combina o conceito de residências geriátricas que prestam cuidados de Saúde e os serviços sociais, denominando-se por «*Continuing Care Retirement Communities*» (CCRC's). A maioria das CCRC's pertencem a importantes corporações, a maioria das quais foram criadas por entidades sem fins de lucrativos, muitas delas de carácter religioso. Estas comunidades variam no que diz respeito ao seu conteúdo e forma de financiamento.

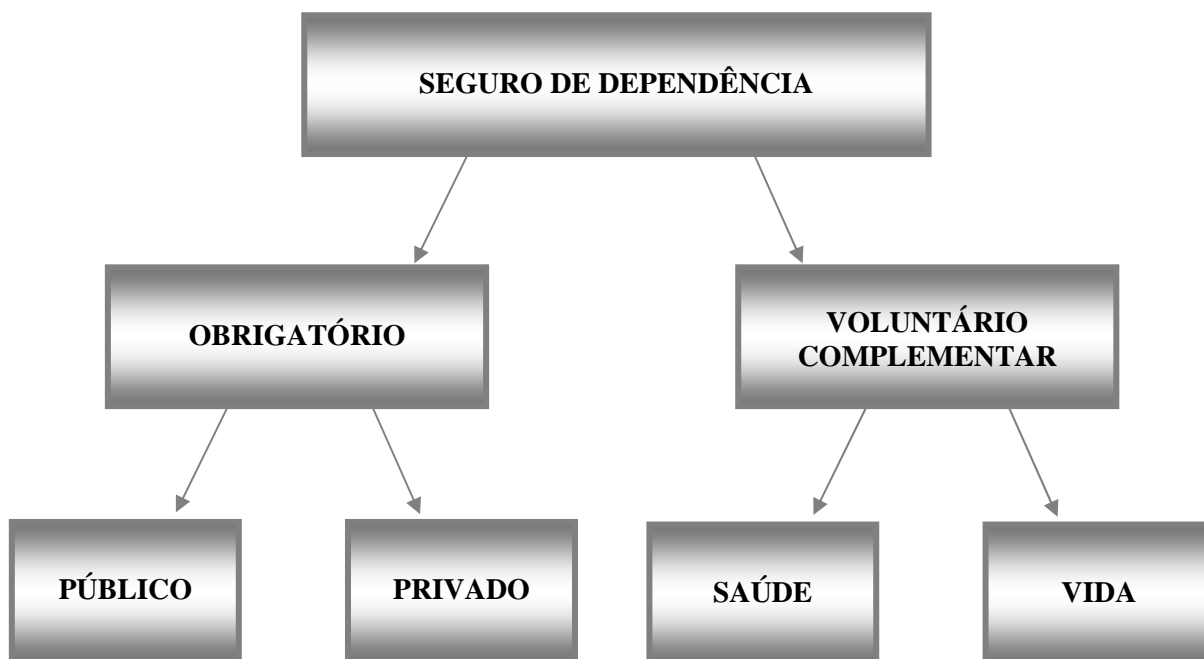
As CCRC's actuam como residências que prestam serviços de todo tipo, incluindo os característicos de uma pessoa em situação de dependência. Quanto ao financiamento este processa-se mediante o pagamento de uma “jóia” de entrada e, posteriormente, mediante pagamentos mensais. Os únicos serviços que não costumam estar cobertos são os serviços médicos que normalmente estão garantidos pelo *Medicare* e outras prestações de Saúde que normalmente estão cobertas por outros seguros que frequentemente se exigem aos residentes que mantenham em vigor.

#### **I.1.2.2. Alemanha**

O sistema de protecção ao risco de dependência na Alemanha assenta principalmente na obrigatoriedade de subscrição de um seguro de dependência, público ou privado, que se pode complementar com um seguro voluntário privado de Vida ou de Saúde.

A obrigação em aderir e contribuir para o fundo de assistência aos dependentes vem regulado por um princípio segundo o qual para cada um dos inscritos, a entidade reguladora da cobertura de dependência deve ser a mesma que o do seguro social de doença a que pertence. Por tal razão, aqueles que desfrutam de assistência sanitária proveniente de uma companhia seguradora privada estão obrigados a subscrever uma apólice contra o risco de dependência. As restantes pessoas se regerão pelo seguro social público.

Pelo seguro público de dependência obrigatório ficam cobertas aquelas pessoas que tenham baixos recursos económicos, bem como os funcionários da administração pública. As restantes pessoas podem escolher entre seguro público ou privado. Desta forma, se pode considerar que o sistema de protecção ao risco de dependência é de cariz universal abrangendo toda a população alemã.



**Quadro I.2.** Estrutura do seguro de dependência na Alemanha

Na Europa, a Alemanha é um dos poucos países que estabeleceu um ramo de seguro próprio e distinto dos já existentes, com regulamentação e financiamento próprios e diferenciados do resto da protecção social, constituindo assim o quinto pilar da Segurança Social alemã juntamente com o Seguro de Doença e Incapacidade Temporária, o Seguro de Acidentes de Trabalho, o Seguro de Pensões e o Seguro de Desemprego.

Pioneiro no lançamento de produtos privados de cobertura do risco de dependência, na Alemanha as primeiras experiências na comercialização destes produtos remontam a meados dos anos 80. No entanto, a escassa aceitação destes produtos levou à criação e promulgação da “*Lei Federal sobre o Seguro de Dependência de Abril de 1994*” que veio regulamentar o tratamento das pessoas dependentes através de um seguro público, obrigatório, constituindo no mundo a primeira legislação completa em matéria de dependência.

Assim sendo, a nova lei institui a criação de um fundo público de assistência às pessoas dependentes, de adesão obrigatória, financiado a partir das participações por parte dos trabalhadores (metade pelo trabalhador e a outra metade pelo empregador) e dos pensionistas, pretendendo-se desta forma implementar um sistema de financiamento da cobertura da dependência baseado na solidariedade da população total em que as prestações são financiadas pelas contribuições correntes. A gestão deste fundo passa a ser da responsabilidade de entidades sem fins lucrativos, e dotadas de capacidade de gestão sob

supervisão do governo federal, denominadas por “*Caixas de Assistência*”, que são regidas pelos seus próprios estatutos que regulam o seu funcionamento.

Para ter direito a receber as prestações do seguro de dependência é necessário estar segurado e participar um mínimo de 5 anos dos últimos 10. No caso de não alcançar o número mínimo de anos exigidos, é possível efectuar posteriores participações com a finalidade de aceder ao seguro de dependência. Não existe nenhum tipo de restrição quanto à idade do beneficiário.

As prestações, independentes dos rendimentos da pessoa dependente, podem ser garantidas em forma de:

1. Prestações monetárias isentas fiscalmente<sup>6</sup>.
2. Apoio domiciliário;
3. Assistência em instituições especializadas (centros de dia, residências, ...)

Por sua vez, estas prestações podem-se combinar entre si. Através da **tabela I.1.**, poderemos ficar com uma ideia sobre os valores máximos pagos das prestações neste modelo de seguro de dependência alemão de acordo com a gravidade da dependência.

|                                 | Prestações monetárias | Apoio Domiciliário | Assistência em instituições especializadas |
|---------------------------------|-----------------------|--------------------|--|
| Dependência grave               | € 205,00              | € 384,00           | € 1.023,00                                 |
| Dependência muito grave         | € 410,00              | € 921,00           | € 1.279,00                                 |
| Dependência severa              | € 665,00              | € 1.432,00         | € 1.432,00                                 |
| Dependência especialmente grave | ---                   | € 1.918,00         | € 1.688,00                                 |

**Tabela I.1.** Prestações mensais por dependência na Alemanha.  
Fonte: Bundesministerium für Gesundheit (2002).

<sup>6</sup> Estas prestações destinam-se à remuneração da assistência informal recebida por parte de familiares e amigos que ajudam o dependente.

Salientamos ainda os dois princípios de aplicação geral que caracterizam as prestações:

1. A reabilitação resulta preferível à assistência;
2. O apoio domiciliário tem preferência sobre a assistência residencial.

### **I.1.2.3. França**

A França, juntamente com os Estados Unidos, é o país europeu que conta com maior experiência na gestão e comercialização do seguro de dependência, constituindo assim o principal mercado de seguros privados de dependência não obrigatórios na Europa. Em França, a cobertura privada da dependência iniciou a sua comercialização em 1986. Actualmente, o seguro de dependência é principalmente oferecido por seguradores do ramo de vida que oferecem garantias globais em forma de rendas mensais vitalícias, independentes ou complementares de outras prestações, como por exemplo, de falecimento, de invalidez, entre outros.

Em Janeiro de 1997, entra em vigor a “*Lei 97-60 de 24 de Janeiro de 1997*” que institui a cobertura pública da dependência mediante a atribuição de uma prestação específica, denominada “*Prestación Spécifique Dependance*”, reservada a pessoas com mais de 60 anos com baixos rendimentos e que sofram de algum tipo de dependência<sup>7</sup>, necessitando de cuidados profissionais garantidos pelas coberturas de apoio domiciliário ou em residências ou hospitais. O objectivo principal desta lei é o de proporcionar cobertura de dependência às pessoas idosas economicamente mais desfavorecidas.

No entanto, o acesso à prestação garantida pela anterior lei é muito restrito o que faz com que o carácter universal da cobertura pública à dependência seja posto em causa. Assim, a partir de Janeiro de 2002 entrou em vigor a “*Lei 2001-647 de 20 de Julho de 2001*” que veio substituir a anterior prestação pela denominada “*Allocation Personnalisée d’Autonomie*”<sup>8</sup>,

---

<sup>7</sup> A “*Prestación Spécifique Dependance*”, embora faça parte do sistema assistencial francês, não é da responsabilidade da Segurança Social.

<sup>8</sup> A “*Allocation Personnalisée d’Autonomie*” é uma prestação que não se integra nem no sistema de Segurança Social do estado francês nem no sistema assistencial social. Esta ambiguidade é a principal desvantagem do sistema de protecção social à dependência do estado francês pois “*tem-se perdido uma importante oportunidade para a criação de um novo ramo de acção protectora da Segurança Social (o quinto pilar) como tem acontecido em outros países*” (Ferreras, F., cit in Pociello, E., 2004), nomeadamente, na Alemanha.

procurando desta forma conseguir abranger o total da população quanto à protecção pública do risco de dependência.

A “*Allocation Personnalisée d’Autonomie*”, financiada através de impostos estatais, é uma prestação de carácter económico, sendo o seu valor determinado em função do grau de dependência<sup>9</sup> e da situação económica da pessoa dependente e da sua unidade familiar. O dependente para ter direito a receber a prestação pública apenas tem que verificar os requisitos de ter idade não inferior aos 60 anos e, naturalmente, de necessitar de ajuda e assistência à realização das tarefas do seu dia-a-dia, não tendo qualquer obrigatoriedade quanto ao número mínimo de anos contributivos. Contudo, o beneficiário é obrigado a comparticipar uma parte dos custos inerentes ao apoio domiciliário que lhe seja prestado, em função dos seus rendimentos mensais, ainda que em nenhuma situação tenha que suportar a totalidade desses custos. Além disto, se os recursos económicos do beneficiário forem escassos, a lei isenta o dependente de participar no custo proveniente da assistência domiciliária recebida.

Embora se dê preferência à estadia do dependente, na medida do possível, no seu domicílio habitual, os beneficiários podem dispor livremente do uso das prestações económicas a que têm direito, de acordo com as necessidades pessoais e da oferta de cuidados. Contudo, serão as administrações locais responsáveis em gerir esta prestação de dependência e o conveniente uso dela.

---

<sup>9</sup> Para quantificar o grau de dependência usado como critério de atribuição das prestações económicas, a “Lei 97-60 de 24 de Janeiro de 1997” regulamenta a criação de uma tabela de referência nacional: a tabela AGGIR (Autonomie Gèrontologie-Groupe Iso Resources), como um modelo de análise destinado a avaliar a perda de autonomia a partir da observação das actividades efectuadas pelos segurados e da ajuda e cuidados que necessitam para as executar. Para avaliar a perda de autonomia este método utiliza 10 parâmetros: 1) Coerência; 2) Orientação; 3) Asseio/Lavar-se; 4) Vestir-se; 5) Alimentar-se; 6) Continência urinária e fecal; 7) Transferir-se; 8) Deslocar-se no exterior; 9) Deslocar-se no interior; 9) Comunicar por telefone.

A partir do estudo de cada um dos parâmetros anteriores, se geram diferentes grupos de pessoas dependentes com uma necessidade similar de ajudas e cuidados:

- GIR 1: A dependência mais grave.
- GIR 2: A dependência física grave ou funções mentais alteradas.
- GIR 3: Ajuda para a autonomia corporal. A maior parte das pessoas não garantem por si só a higiene de eliminação tanto anal como urinária.
- GIR 4: Problemas de transferência, ajuda para se lavar, vestir, ajuda para as actividades corporais e as comidas.
- GIR 5: Ajuda pontual para o asseio, a preparação das comidas e a limpeza do lar.
- GIR 6: Pessoas mais velhas autónomas.

A quantia da prestação pública se define de acordo com o grau de dependência que a anterior classificação atribui à pessoa dependente.



No âmbito privado, a “*Lei 97-60 de 24 de Janeiro de 1997*” implementou importantes incentivos fiscais para a contratação de seguros de dependência, o que impulsionou a partir de 1986 a aparição de uma ampla oferta deste tipo produtos seguradores, permitindo desde então um desenvolvimento bastante acentuado do mercado de seguros privados de dependência em França, apenas comparável ao mercado segurador norte-americano.

Desde então os produtos de seguros comercializados têm passado por diversas etapas de evolução. Actualmente a maioria dos contratos de seguro subscritos em França são contratos de previsão de risco puro, onde a dependência constitui a principal garantia, apresentando as seguintes características:

- Cobertura da dependência total e parcial, podendo o pagamento da prestação no segundo caso ser de 50% da prestação garantida para o primeiro caso;
- As prestações são mistas, garantindo além de uma renda mensal também os serviços de assistência.
- As prestações económicas podem ser garantidas nas seguintes formas:
  - Para pessoas autónomas (“*Stand alone annuity*”): garantia de uma renda diferida e vitalícia a partir do momento em que a pessoa segura se encontra em situação de dependência;
  - Para pessoas dependentes (“*Enhanced annuity*”): garantia de uma renda imediata e vitalícia a partir do momento de subscrição à pessoa segura que se encontra em situação de dependência;
  - Como complemento à pensão de reforma (“*Enhanced pension*”): garantia de uma renda diferida e vitalícia a partir do momento em que a pessoa segura, já estando reformada, se encontra em situação de dependência;
- As prestações económicas, limitadas superiormente, são crescentes segundo o grau de dependência definido de acordo com a tabela AGGIR, usada como referência universal à atribuição destas prestações<sup>10</sup>;

---

<sup>10</sup> À data de 2004, os valores garantidos das rendas variavam entre os €300,00 e os €450,00 mensais (estes valores são actualizados anualmente de acordo com o índice de preços ao consumidor).

- A idade limite de subscrição é os 75 anos (inicialmente, aos 70 anos);
- Inclui períodos de carência de acordo com o grau de dependência;
- Pode incluir franquia (normalmente de 3 meses);
- Não está contemplado a possibilidade de resgate;
- A selecção do risco baseia-se simplesmente num questionário de Saúde a preencher pelo segurado e num questionário médico.

Os contratos colectivos de seguro de dependência são aqueles que têm apresentado maior sucesso na sua comercialização, em comparação com os contratos individuais.

#### **I.1.2.5. Suécia**

À semelhança do que acontece em outros Estados Membros da União Europeia, o sistema de cobertura da dependência sueco é, e tem sido, essencialmente público. No entanto, o que diferencia a Suécia dos outros países é o acentuado desenvolvimento nos últimos anos do mercado privado de seguros de dependência, bem como o aumento da presença do sector privado na provisão dos serviços assistenciais às pessoas dependentes.

A Suécia possui um dos sistemas de cobertura pública da dependência mais generosos e completos do conjunto da União Europeia. Isto deve-se ao facto de o Estado sueco, optando por não recorrer à assistência social para financiamento da cobertura de dependência, adoptar uma política social de reforma bastante generosa com o objectivo de proporcionar à população reformada uma pensão de reforma suficientemente boa para que lhes garanta, para além do bem-estar e qualidade de vida a que tem direito, também a possibilidade de fazer face, através dos seus próprios meios económicos, aos futuros gastos de uma eventual situação de dependência. Apenas as pessoas idosas com pensões de reforma muito baixas, ou aquelas que não tenham contribuído durante o período mínimo estabelecido para usufruir das prestações públicas por dependência, terão que recorrer à assistência social.

Na provisão da cobertura da dependência, os municípios têm um papel fundamental sendo as suas responsabilidades na assistência aos dependentes reguladas pela Segurança

Social. As responsabilidades das administrações locais baseiam-se na obrigação de providenciar os serviços de apoio assistencial necessários a pessoas que procurem ajuda em situação de dependência. Estes serviços contemplam o apoio domiciliário, residencial ou numa instituição especializada. Quanto ao apoio domiciliário, estas entidades locais providenciam serviços de ajuda em casa e centros de dia para que a pessoa permaneça no seu lar. Dá-se preferência ao apoio na própria casa do dependente incentivando-o a viver de forma independente durante o maior período de tempo possível.

Este sistema público também é caracterizado pela ajuda informal às pessoas dependentes, a qual apresenta um peso bastante mais elevado do que assistência formal. Muitas vezes, o mesmo município onde reside a pessoa dependente fornece ajuda monetária ao cuidador informal.

O financiamento da cobertura pública de assistência à dependência é executado essencialmente pelo Estado através de impostos estatais bem como de impostos locais.

Como referimos anteriormente, a provisão da dependência na Suécia tem tido fundamentalmente um carácter público. Contudo, nos últimos anos, o mercado privado de seguros de dependência tem-se vindo a desenvolver. Até aos anos 90, o apoio formal à dependência era feito essencialmente pelo municípios, ao contrário da cobertura privada que se limitava a fornecer serviços complementares, tais como, a limpeza do lar. Durante a década de 90, o mercado abriu-se à iniciativa privada proporcionando assim um rápido crescimento da procura de produtos privados de seguros que garantissem a cobertura do risco de dependência.

Este desenvolvimento do sector privado dos seguros de dependência levou a que as companhias seguradoras se substituíssem às administrações locais, criando elas próprias a sua rede de instituições privadas de apoio aos dependentes assumindo assim a responsabilidade de gerir os serviços de apoio à dependência. Desta forma, têm surgido oportunidades de contratação, por parte dos municípios, destas empresas privadas de serviços de apoio à dependência, propiciando assim uma diminuição dos custos municipais na assistência aos seus dependentes em contrapartida de uma oferta de serviços mais ampla e eficiente.

#### I.1.2.4. Reino Unido

No Reino Unido, e seguindo a recomendação do relatório da Royal Commission emitido em 1999, a cobertura do risco de dependência é essencialmente da responsabilidade da administração pública (Segurança Social) através da intervenção das administrações locais. A estas é-lhes transferida a responsabilidade de gerir as necessidades das pessoas dependentes bem como os recursos financeiros provenientes dos impostos estatais e municipais.

Devido ao acentuado crescimento dos gastos provenientes do financiamento do sistema de protecção pública à dependência, em 1993 o governo britânico procurou melhorar o sistema de financiamento público da dependência até então em vigor. Para tal, implementou uma reforma que se baseou em dar às autoridades locais um maior protagonismo na gestão das prestações atribuídas às situações de dependência o que resultou numa maior racionalização dos gastos inerentes. No entanto, e mesmo assim, o problema não foi solucionado, pelo que, no ano 2000, o governo introduziu as medidas recomendadas pela comissão de estudo criada para o efeito passando a *“ampliar a cooperação entre o estado e as autoridades locais, e a melhorar o procedimento de avaliação da dependência daquelas pessoas que solicitam o apoio institucional.”* (Cit in Pociello, E., 2004)

Assim, a partir de 2001 a Segurança Social, financiada de forma impositiva, responsabiliza-se financeiramente pelo apoio prestado às pessoas dependentes, proporcionando desta forma serviços de apoio domiciliário<sup>11</sup> ou institucional<sup>12</sup> gratuito à maioria da população em situação de dependência<sup>13</sup>. Aumenta a responsabilidade das autoridades locais pela classificação das necessidades das pessoas que procuram ajuda por situações de dependência, bem como da gestão dos recursos provenientes dos impostos estatais e municipais que têm por finalidade serem atribuídos individualmente em forma de prestação por dependência segundo o património pessoal de cada dependente.

No Reino Unido, país de antiga tradição seguradora, o mercado de seguros de dependência encontra-se pouco desenvolvido devido à centralidade das responsabilidades públicas perante a dependência na Segurança Social. No entanto, é um mercado em vias de desenvolvimento oferecendo fundamentalmente dois tipos de produtos:

---

<sup>11</sup> Situação preferencial à institucionalização da pessoa dependente.

<sup>12</sup> O apoio institucional pode ser prestado em residências próprias para pessoas idosas (*residential homes*) ou em instituições especializadas no apoio às necessidades sócio-sanitárias das pessoas dependentes (*nursing homes*).

<sup>13</sup> Nestes serviços de apoio gratuito não se encontra contemplado o apoio informal, que é essencialmente prestado por voluntariado. Prevê-se que, no Reino Unido, existam cerca de 80% de pessoas idosas a receber cuidados informais sem que o estado participe economicamente estes serviços.

- Garantia de prestações em forma de rendas, subscritas por pessoas autónomas, para fazer face ao risco futuro de se encontrarem numa situação de dependência (*Pre-funded policies*),
- Garantia de prestações em forma de rendas imediatas, subscritas por pessoas que já se encontram em situação de dependência (*Inmediate needs policies*).

Predominantemente, estes produtos são adquiridos por pessoas com idade superior a 50 anos, o que consequentemente resulta num valor de prémios bastante elevado.

#### **I.1.2.6. Portugal**

Tradicionalmente, em Portugal a cobertura da dependência tem sido fundamentalmente informal, sendo a organização dos cuidados predominantemente de cariz não lucrativo e, essencialmente, prestados por cuidadores familiares. Ao longo dos anos, esta situação tem sido continuamente incentivada pelo Estado que tem apelado ao “*princípio da subsidiariedade*” em relação ao apoio familiar, através do qual a sua intervenção limita-se a casos nos quais não existam familiares ou amigos que se possam responsabilizar pela prestação gratuita dos cuidados necessários à manutenção da autonomia e independência da pessoa dependente.

Neste âmbito, e comparativamente com a maioria dos países europeus, Portugal tem apresentado um modelo de protecção social à dependência bastante deficitário, senão mesmo, inexistente. No entanto, nos últimos anos o Estado português, através do Ministério do Trabalho e Segurança Social em coordenação com o Ministério da Saúde, tem formulado diversas políticas públicas de cuidados de saúde às pessoas idosas dependentes integradas no Plano Nacional de Saúde 2004-2010, e, em particular, integradas no Programa Nacional para a Saúde das Pessoas Idosas 2004-2010, que permitem desenvolver acções mais próximas das pessoas em situação de dependência e investir no desenvolvimento de cuidados de longa duração. Entre estas políticas salienta-se a integração de programas de cuidados continuados integrados no âmbito preventivo, de reabilitação e paliativo, prestados no domicílio ou em instituições, e na criação da Rede Nacional de Cuidados Continuados Integrados

(RNCCI)<sup>14</sup>, proporcionando desta forma um aumento do número de serviços que, consequentemente, abrangem um maior número de pessoas em situação de dependência.

Criada pelo **decreto-lei nº 101/2006 de 6 de Junho**, e actualmente em franco desenvolvimento, a RNCCI é considerada um pilar fundamental no conjunto das políticas de protecção social e da saúde às pessoas idosas dependentes. O principal objectivo do actual modelo de apoio à dependência baseia-se na prestação de cuidados continuados integrados de saúde procurando promover a autonomia, o bem-estar e a qualidade de vida.

É uma Rede especializada onde as pessoas são assistidas através dos serviços que melhor satisfazem “...as necessidades de cuidados de saúde e apoio social que resultam da dependência funcional, permanente ou temporária, ou de situações terminais que precisam de cuidados paliativos. Por outro lado, as necessidades que resultam das doenças crónicas evolutivas e com tendência a evoluir para situações de incapacidade parcial, ou total, assim como as necessidades dos doentes com demência” (**Inês Guerreiro - Coordenadora Nacional para a Saúde das Pessoas Idosas e Cidadãos em Situação de Dependência, 2006**). Para situações de dependência de curta duração e de cuidados paliativos, os serviços de apoio serão enquadrados pelo Ministério da Saúde, enquanto que no caso situações de longa duração e de apoio ao domicílio estes terão maior intervenção por parte da Segurança Social.

Salientamos ainda o facto de estes serviços, e à semelhança do que tem acontecido desde sempre, serem prestados também em parceria com as Instituições Particulares de Solidariedade Social (IPSS) e com as Misericórdias uma vez que o seu trabalho no apoio directo às pessoas idosas e dependentes tem sido constante e a sua experiência de campo bastante vasta o que poderá garantir a qualidade dos serviços de cuidados de saúde e de apoio social prestados às pessoas idosas. Surge assim o conceito de Serviços Comunitários de Proximidade (SCP)<sup>15</sup>, nos quais se organiza a prestação de cuidados continuados integrados “...que permitam desenvolver acções mais próximas dos cidadãos e pessoas em situação de

---

<sup>14</sup> Cuidados Continuados Integrados são “o conjunto de intervenções sequenciais de saúde e/ou de apoio social, decorrente de avaliação conjunta, centrados na recuperação global entendida como o processo terapêutico e de apoio social, activo e contínuo, que visa promover a autonomia melhorando a funcionalidade da pessoa em situação de dependência, através da sua reabilitação, readaptação e reinserção familiar e social” (**art. 3º do Dec-lei nº 101/2006, de 6 de Junho**).

<sup>15</sup> “Entende-se por Serviço Comunitário de Proximidade a estrutura funcional criada através de parceria formal estabelecida, por iniciativa de cada centro de saúde, entre instituições locais de saúde, de apoio social e comunitárias, para a prestação de cuidados continuados integrados.(...) serão constituídos através de parceria entre os centros de saúde, ou unidades de saúde familiar onde estas existam, pelos serviços locais de apoio social e por todos os serviços públicos e privados de apoio comunitário que a ele queiram aderir.” (**Inês Guerreiro - Coordenadora Nacional para a Saúde das Pessoas Idosas e Cidadãos em Situação de Dependência, 2006**)

*dependência, que promovam de forma adequada e com equidade, na sua distribuição territorial, a possibilidade de uma vida mais autónoma e com melhor bem-estar possível e que permitam, ainda, humanizar os cuidados, potenciar os recursos locais e ajustar-se à diversidade que caracteriza o envelhecimento individual e a perda de funcionalidade.” (Inês Guerreiro - Coordenadora Nacional para a Saúde das Pessoas Idosas e Cidadãos em Situação de Dependência, 2006)*

Uma peça muito importante neste modelo é o papel preponderante e complementar das famílias, que através da rede de solidariedade informal, ajudam o Estado a completar um novo conjunto serviços de apoio à dependência, tanto a nível da institucionalização dos idosos dependentes como ao nível do apoio domiciliário.

Assim, pela primeira vez em Portugal, as pessoas dependentes que necessitam de cuidados especializados, tanto a nível social como de saúde, têm de forma adequada soluções integradas e articuladas para fazer face às necessidades de assistência à dependência. Através de uma verdadeira cooperação e articulação intersectorial, e não só de uma eventual contratualização com prestadores do sector privado como acontece em outros países, podemos afirmar que o modelo português é um caso particular na implementação de serviços de apoio à dependência.

Posto isto, e na perseguição do objectivo final de garantir serviços de saúde e de apoio social de qualidade a um maior número de pessoas idosas dependentes, e sempre na procura da manutenção da dignidade e qualidade de vida destes, o Estado procura promover o desenvolvimento da RNCCI com uma grande componente de reabilitação através da prestação de cuidados de continuados integrados de saúde assegurados por unidades de internamento, unidades de ambulatório, equipas hospitalares e equipas domiciliárias, bem como

*“...promover medidas preventivas do isolamento, da exclusão e da dependência e contribuir para a promoção da qualidade dos cuidados prestados por familiares, vizinhos e voluntários, garantindo: o alargamento dos cuidados de saúde e de apoio social às 24 horas, todos os dias da semana, incluindo fins-de-semana e feriados; o maior enfoque nos cuidados de reabilitação; maior acessibilidade a ajudas técnicas e eliminação de barreiras arquitectónicas; a maior disponibilização de internamentos temporários; um maior apoio e envolvimento das famílias; Serviços de Teleassistência (público e privado); prestação económica para ajuda ao domicílio; refeições ao domicílio; prestação económica para adequação das casas e prestação*

*de serviços de reparações e manutenção a prestar pelas autarquias; o incremento da formação dos prestadores de cuidados formais e informais e a melhoria do grau de satisfação das pessoas idosas e de todos os agentes envolvidos, pela prestação deste tipo de cuidados; uma maior coordenação e reforço orçamental para que aumente a sua cobertura. Criação de equipas de gestão de altas nos hospitais para garantir a continuidade assistencial dos doentes que requeiram continuidade de cuidados ou no domicílio ou em outras unidades onde deverão continuar o seu processo de tratamento, reabilitação ou inserção.” (Inês Guerreiro - Coordenadora Nacional para a Saúde das Pessoas Idosas e Cidadãos em Situação de Dependência, 2006).*

Quanto ao financiamento da RNCCI, e segundo o **artº 46 do Dec-lei nº 101/2006 de 6 de Junho**, este “*depende das condições de funcionamento das respostas, obedece ao princípio da diversificação das fontes de financiamento e da adequação selectiva mediante modelo de financiamento próprio, a aprovar por portaria dos Ministérios de Estado e das Finanças, do Trabalho e da Solidariedade Social e da Saúde.*”

Em consequência, através da **Portaria nº 1087-A/2007, de 5 de Setembro**, são fixados os preços, por utente e por dia, dos cuidados de saúde e apoio social prestados nas unidades de internamento e ambulatório da RNCCI. Estes valores serão actualizados “*no início de cada ano civil a que se reporta a actualização mediante a aplicação de um coeficiente resultante da variação média do índice de preço no consumidor, correspondente aos últimos 12 meses para os quais existam valores disponíveis.*”. (**ponto nº 6 da Portaria nº 1087-A/2007, de 5 de Setembro**). No que se refere aos encargos decorrentes da prestação de cuidados de apoio social por parte das unidades de convalescença e de cuidados paliativos, serão suportados pelo utente, mediante a comparticipação da Segurança Social, sendo os mesmos, decorrentes da prestação de cuidados de saúde, da total responsabilidade do Ministério da Saúde. (**ponto nº 7 da Portaria nº 1087-A/2007, de 5 de Setembro**).



|   | Cuidados de Saúde<br>(utente/dia) | Cuidados Sociais<br>(utente/dia) |
|---|-----------------------------------|----------------------------------|
| Diárias de Internamento/utente              |                                   |                                  |
| • Unidade de convalescença                  | € 85,00                           | ---                              |
| • Unidade de cuidados paliativos            | € 85,00                           | ---                              |
| • Unidade de média duração e reabilitação   | € 52,38                           | € 18,62                          |
| • Unidade de longa duração e manutenção     | € 17,49                           | € 28,51                          |
| Diárias de Ambulatório/utente               |                                   |                                  |
| • Unidade de dia e de promoção da autonomia | € 9,00                            | ---                              |

**Tabela I.2.** Preços, por utente e por dia, dos cuidados de saúde e apoio social prestados pela RNCCI

Fonte: Anexo II da Portaria nº 1087-A/2007, de 5 de Setembro

Em suma, devido essencialmente à melhoria das condições de vida da população portuguesa em geral, o envelhecimento populacional é um facto inevitável, e com ele o aumento substancial das “...situações problemáticas da população mais idosa e que incluem o aumento da dependência, a maior incidência da doença de Alzheimer e outras demências, as mudanças nas relações de proximidade familiar, a deficiente coordenação entre o sistema de saúde e os serviços de apoio social, o insuficiente apoio às famílias e cuidadores, a crescente insegurança dos cidadãos que afecta muito particularmente as pessoas idosas mais vulneráveis em situação de isolamento social e solidão.” (Inês Guerreiro - Coordenadora Nacional para a Saúde das Pessoas Idosas e Cidadãos em Situação de Dependência, 2006).

Tudo isto leva “a um aumento acentuado do número de pessoas em situação de fragilidade e risco de perda de funcionalidade, com doenças de evolução prolongada e de elevado potencial incapacitante” (Inês Guerreiro - Coordenadora Nacional para a Saúde das Pessoas Idosas e Cidadãos em Situação de Dependência, 2006). Neste contexto, Portugal começa agora a dar os primeiros passos no sentido de organizar respostas adequadas a todos estes problemas que satisfaçam o aumento esperado da procura por parte das pessoas idosas em situação de dependência.

## I.2. O SEGURO PRIVADO DE CUIDADOS A LONGO PRAZO

### I.2.1. Seguro de dependência ou *Long-Term Care*

O Seguro de Dependência ou *Long-Term Care* (LTC), é um produto que se destina a cobrir pelo menos uma parte dos custos inerentes aos cuidados e assistência permanentes na eventualidade de uma pessoa vir a sentir alguma limitação no uso das capacidades motoras ou psíquicas que condicionem o desempenho de algumas das actividades básicas do seu dia-a-dia, como por exemplo aquelas ligadas à mobilidade, à higiene pessoal ou à alimentação.

Estes custos poderão ser suportados através do pagamento de um capital seguro ou de uma renda (mais usual), podendo os serviços de assistência virem a ser prestados no domicílio da pessoa segura ou numa instituição que proporcione devidamente os cuidados necessários, ou, ainda, num sistema misto.

Este tipo de produto é especialmente vocacionado para situações que se verifiquem durante um período de tempo alargado (embora, regra geral, esse período esteja sujeito a um limite de tempo pré-estabelecido), podendo ser contratado numa apólice independente (*Stand-Alone Annuity* ou *Enhanced Annuity*) ou como complemento, geralmente, de uma apólice de seguro de vida (*Annuity as a Rider Benefit* ou *Enhanced Pension Annuity*).

As coberturas de *Long-Term Care* que podemos analisar garantem os custos decorrentes de doença incapacitante, pelo que pode ser aplicável um período de carência (normalmente de 730 dias).

Geralmente, trata-se de uma cobertura vitalícia – com limites de idade para a adesão que variam entre os 50 e os 70 anos – contratada de forma autónoma, sendo o prémio nivelado.

Considerando cinco das actividades básicas do dia-a-dia – higiene pessoal, alimentação, vestir, mobilidade, e ida à casa de banho – considera-se situações de “dependência parcial” quando a pessoa segura se veja impossibilitada de levar a cabo duas daquelas actividades e de “dependência total” quando não consiga realizar sozinha, pelo menos, três destas actividades.

## **I.2.2. Tipos de produtos de seguro de dependência**

Existem vários tipos de produtos de seguro de dependência a serem comercializados nos mercados de seguros mundiais. O seu principal objectivo é de garantir a quem o adquire, supondo ser uma pessoa saudável, num qualquer momento futuro, a ajuda formal necessária para fazer face à diminuição da capacidade de efectuar as várias actividades da vida diária. Estes produtos podem tanto ser *Stand-Alone Annuity*, *Enhanced Annuity*, *Enhanced Pension Annuity* ou *Written as Riders* a outros produtos como os de Vida, Invalidez ou Saúde.

### **I.2.2.1. Classificação da dependência**

Em muitos países, uma companhia de seguro privada concorda em pagar um sinistro se o indivíduo está cognitivamente diminuído ou se apenas tem a incapacidade de executar determinadas tarefas denominadas por “*Actividades da Vida Diária*” (ADL’s). As ADL’s são usadas como instrumentos de triagem, sendo que se falhar algumas ou todas elas indica a perda da independência. As ADL’s mais usadas são as seguintes:

1. Lavar: a capacidade da pessoa se lavar ou tomar duche de forma autónoma (incluindo o entrar e sair da banheira) ou de se lavar de forma satisfatória por outros meios;
2. Vestir: a capacidade da pessoa se vestir e despir de forma autónoma, mesmo em situações de existência de membros artificiais;
3. Comer: a capacidade de comer por si uma vez o alimento preparado;
4. Toilet: a capacidade de uso das funções da casa-de-banho, de forma a manter um nível de higiene pessoal satisfatório;
5. Mobilidade: a capacidade de se movimentar dentro de casa;
6. Transferência: a capacidade de se movimentar da posição de deitado na cama para a de sentado na cadeira ou sofá.

Por outro lado, as companhias de seguro também usam frequentemente como critérios de classificação dos sinistros as “*Actividades Instrumentais da Vida Diária*” (AIDL’s), como

por exemplo usar o telefone, ir às compras, etc. As AIDL's não são usadas como critérios de triagem como as ADL's, mas podem ajudar na classificação do grau de declínio da mobilidade ou da independência, pois ambos são sinais de aumento da necessidade de ajuda.

### **I.2.2.2. Classificação das prestações**

#### **✓ Prestações Económicas**

Nestas estão incluídos dois tipos de prestações:

- as provenientes de seguros cuja a garantia se limita ao reembolso das despesas de saúde previamente desembolsadas pelo segurado em consequência da sua situação de dependência;
- e aquelas cuja prestação se estabelece em forma de indemnização seja mediante uma renda (mais usual) ou um valor de capital seguro.

Do ponto de vista do segurador, este tipo de prestações apresentam a vantagem de não necessitar de uma infra-estrutura própria, sendo portanto um ponto de partida adequado para mercados em início de comercialização destes produtos.

Para o segurado, dado o carácter de cobertura de necessidades a longo prazo e as possíveis dificuldades económicas por que pode passar um dependente, torna-se mais adaptada a prestação em forma de renda, e por isso a mais usada internacionalmente.

#### **✓ Prestações de Serviços**

Estas prestações são prestações de espécie necessárias para satisfazer as necessidades sociais, tais como o apoio domiciliário, os serviços assistenciais em residências e hospitais, entre outros de semelhante natureza.

Ao contrário da anterior, a prestação de serviços requer uma estrutura mínima de serviços disponibilizada pelo segurador, o que faz com que este esteja mais exposto à inflação dos custos e aos efeitos da capacidade e qualidade na prestação desses serviços por parte do prestador.

No que diz respeito ao público em geral, este tipo de prestações tem uma grande aceitação, adaptando-se convenientemente a situações de necessidade de ajuda de carácter social, embora o seu custo seja superior para o segurado.

✓ **Prestações Mistas**

Outro tipo de prestações é aquele que combina as duas anteriores.

A sua gestão é mais complexa do que as anteriores isoladamente, mas sem dúvida é um tipo de prestação muito mais atractivo para os segurados. As prestações mistas

**I.2.2.3. Classificação quanto à estrutura**

✓ **Produto Complementar**

Este tipo de produto tem a vantagem de oferecer a garantia de dependência mediante um preço mais favorável ao segurado, em contrapartida da oferta de um produto mais atractivo graças à sua complementaridade de garantias.

É igualmente vantajoso para o segurador pois permitirá com maior facilidade garantir a sua permanência como cliente.

✓ **Produto Independente**

A comercialização deste tipo de produto não é muito comum, salvo algumas excepções a nível internacional como é o caso dos EUA e da Alemanha.

Este produto, ao contrário do anterior, pode tornar-se muito dispendiosa pelo que se torna de difícil comercialização.

#### **I.2.2.4. Tipos de seguros privados de dependência**

##### **I.2.2.4.1. Stand-Alone Annuity**

Este produto destinado a ser subscrito por pessoas autónomas, garante como benefício o pagamento de uma renda que cessa ao fim de um período de tempo fixo (por exemplo, ao fim de 3 anos), ou uma renda que pode ser paga até a pessoa segura falecer ou até recuperar da situação de dependência. Normalmente é considerado um período de carência que pode ser de apenas alguns meses como de vários anos.

O benefício a pagar pode ir aumentando, até ao total do valor contratado, de acordo com o aumento do número de ADL's afectadas. O total do valor contratado tanto deverá ser pago em situação de afectação de todas as ADL's como devido à existência de qualquer diminuição cognitiva.

##### **I.2.2.4.2. Rider Benefit Annuity**

O seguro de dependência como um Rider Benefit é dirigido a subscritores autónomos. Este tipo de seguro pode ser considerado como uma garantia complementar ao seguro de vida que combina uma renda temporária paga em situação de dependência  $R$  com um capital seguro  $C$  em caso de falecimento do segurado.

Geralmente, o valor da prestação garantida em caso de falecimento depende do total da renda recebida pelo segurado enquanto dependente, tendo em conta que o tempo máximo  $t$  durante o qual a renda de dependência é paga está estreitamente ligado ao valor do capital seguro em caso de falecimento, ou seja,

$$t = \text{int}\left(\frac{C}{R}\right)$$

Se o segurado falecer dependente o valor a pagar aos beneficiários será o resultado da diferença entre o valor do capital seguro  $C$  e o total das rendas pagas enquanto dependente. Se o segurado falecer enquanto autónomo, o segurador deverá pagar aos beneficiários a totalidade do capital seguro  $C$ .

#### **I.2.2.4.3. Insurance Package**

Considerando uma combinação dos produtos de seguro acima descritos, ainda poderemos considerar um outro tipo de produto para pessoas autónomas. Por exemplo, um seguro a partir do qual fica garantido, por um lado, o pagamento de uma renda enquanto o segurado permanecer vivo e autónomo, e por outro, o pagamento de um capital seguro em caso de falecimento do segurado.

#### **I.2.2.4.4. Enhanced Pension Annuity**

Este tipo de produto permite ao segurado no momento da reforma beneficiar de uma de duas situações:

- a) Garantia de uma renda de sobrevivência no valor de  $B$  a partir da idade de reforma enquanto estiver vivo.
- b) Garantia de uma renda de sobrevivência enquanto vivo e autónomo  $B^a$ , tal que  $B^a < B$ , e de uma renda  $B^d$ , com  $B^d > B$ , caso entre em situação de dependência.

#### **I.2.2.5.5. Enhanced Annuity**

Este produto está dirigido unicamente para pessoas que já se encontrem em situação de dependência. A garantia associada a este tipo de produto é uma renda paga imediatamente após a subscrição por parte do segurado dependente mediante a contrapartida do pagamento de um prémio de seguro único.





## **CAPITULO II**

### **MODELO DE MÚLTIPLOS ESTADOS EM TEMPO CONTÍNUO**



## II.1. INTRODUÇÃO

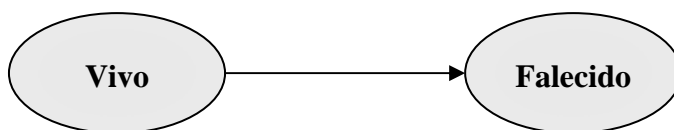
Uma das principais ferramentas usadas na tarifação dos actuais contratos de LTC é o “**Modelo de Múltiplos Estados**” (MME). A modelação através do modelo de múltiplos estados fornece uma ferramenta bastante flexível para definir a estrutura actuarial dos produtos de seguro de LTC. Assim, para podermos enquadrar convenientemente o objecto do nosso estudo no modelo a aplicar, como iremos fazer no capítulo seguinte, iremos neste capítulo abordar a modelação estocástica de uma operação de seguro com múltiplos estados utilizando um processo estocástico de Markov contínuo. Para tal, nos basearemos no estudo doutoral desenvolvido por **Pociello, E. (2000)** “*Modelización y cobertura de operaciones actuariales en colectivos com múltiplos estados*”, bem como no trabalho desenvolvido por **Haberman, S. et Pitacco, E. (1999)** “*Actuarial Models for Disability Insurance*”.

## II.2. EXEMPLOS DE MODELOS DE MÚLTIPLOS ESTADOS

Os modelos de múltiplos estados fornecem uma poderosa ferramenta para aplicação em muitas áreas da ciência actuarial. Vejamos alguns exemplos ilustrativos de operações de seguro às quais poderemos aplicar um modelo de múltiplos estados devidamente adaptado:

### II.2.1. Seguros de Morte

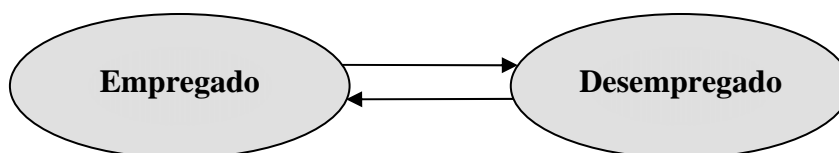
Nos seguros de morte a entidade seguradora é responsável pelo pagamento de um capital seguro em caso de falecimento do segurado dentro do prazo de vigência do contrato. Nesta situação, temos dois estados: o estado “Vivo” e o estado “Falecido”, onde “Vivo” é o estado em que o segurado se encontra no início da apólice (no momento  $t = 0$ ). A transição entre estes dois estados dá lugar ao pagamento do capital seguro. A figura seguinte mostra o modelo de múltiplos estados que traduz uma operação desta natureza:



**Fig. II.1.** Modelo de Múltiplos Estados para Seguro de Vida

### II.2.1. Seguro de Desemprego

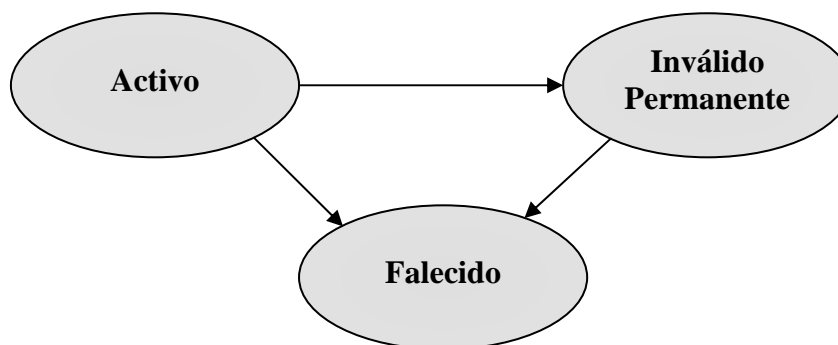
Num seguro de desemprego a seguradora é responsável pelo pagamento de um capital seguro enquanto o segurado estiver em situação de desemprego dentro do prazo de vigência do contrato. À semelhança do que acontece com os seguros de vida, temos dois estados: o estado “Empregado” e o estado “Desempregado”, onde “Empregado” é aquele em que o segurado se encontra no início da apólice (no momento  $t = 0$ ). No entanto, neste modelo é considerada a reversibilidade dos estados, pelo que a transição do estado de “Empregado” para “Desempregado” dá lugar ao pagamento do benefício contratado, deixando o segurado de o receber quando se verificar a transição em sentido contrário, isto é, do estado “Desempregado” para o estado “Empregado”. Desta forma, o modelo de múltiplos estados que traduz este tipo de operação é o seguinte:



**Fig. II.2.** Modelo de Múltiplos Estados para Seguro de Desemprego

### II.2.3. Seguro de Invalidez Permanente

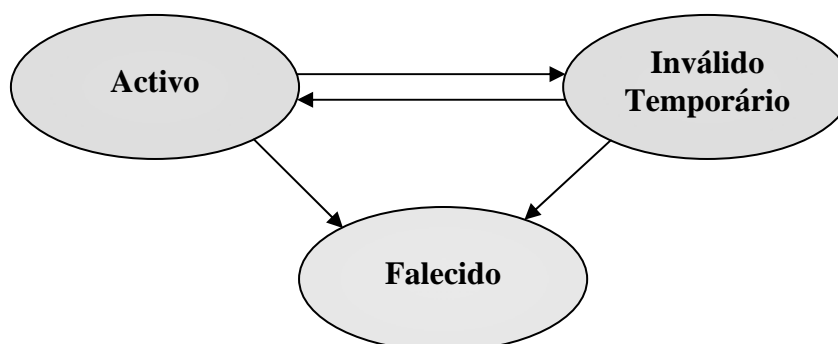
O contrato de Seguro de Invalidez Permanente garante o pagamento de uma renda e/ou de um capital seguro por parte do segurador se o segurado passar a uma situação irreversível de invalidez. Nesta situação, estamos perante um modelo de múltiplos estados composto por três estados: “Activo”, “Inválido Permanente” e “Falecido”, sendo que o primeiro é aquele em que o segurado se encontra na data de subscrição do contrato de seguro (no momento  $t=0$ ). Dada a natureza desta operação, não é admissível uma situação de recuperação do segurado, pelo que a transição de “Inválido Permanente” para “Activo” não é considerada. O modelo nesta situação é o seguinte:



**Fig. II.3.** Modelo de Múltiplos Estados para Seguro de Invalidez Permanente

#### II.2.4. Seguro de Invalidez Temporária

O contrato de Seguro de Invalidez Temporária é em tudo semelhante ao exemplo anterior, com excepção da possibilidade de recuperação do segurado. Nesta situação consideramos a reversibilidade da invalidez do segurado. Consequentemente, o modelo deste tipo de operação é o seguinte:



**Fig. II.4.** Modelo de Múltiplos Estados para Seguro de Invalidez Temporária

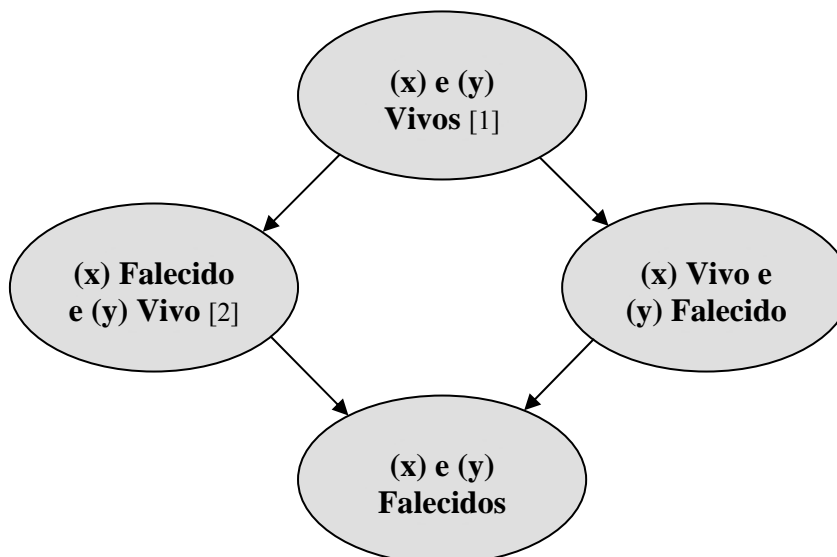
#### II.2.5. Pensão de Viuvez

Neste tipo de cobertura estão envolvidas duas “cabeças”<sup>1</sup>, que representamos por  $(x)$  e  $(y)$ . Assumindo que  $(x)$  e  $(y)$  não podem falecer simultaneamente, e que ambos se encontram vivos à data da contratação, o segurador garante o pagamento a  $(y)$  de uma renda

---

<sup>1</sup>Actuarialmente, define-se um seguro elaborado com base em dois riscos por “seguro sobre duas cabeças” ou “seguro sobre duas vidas”

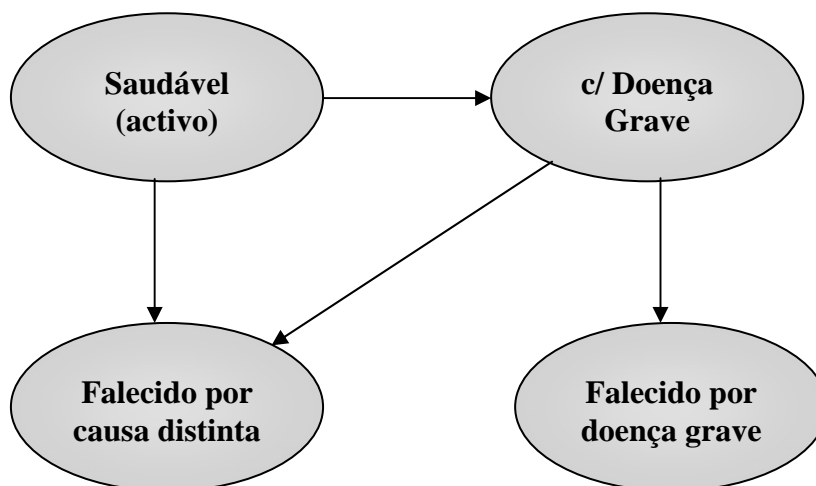
e/ou de um capital seguro caso ( $x$ ) morra durante o prazo de vigência do contrato. Sendo assim, a renda e/ou capital seguro será paga na transição do estado [1] para [2]. O modelo de múltiplos estados adoptado para esta situação é o seguinte:



**Fig. II.5.** Modelo de Múltiplos Estados para Cobertura de Pensão de Viuvez

### II.2.6. Seguro de Doenças Graves (“Dread Disease” ou “Critical illness Insurance”)

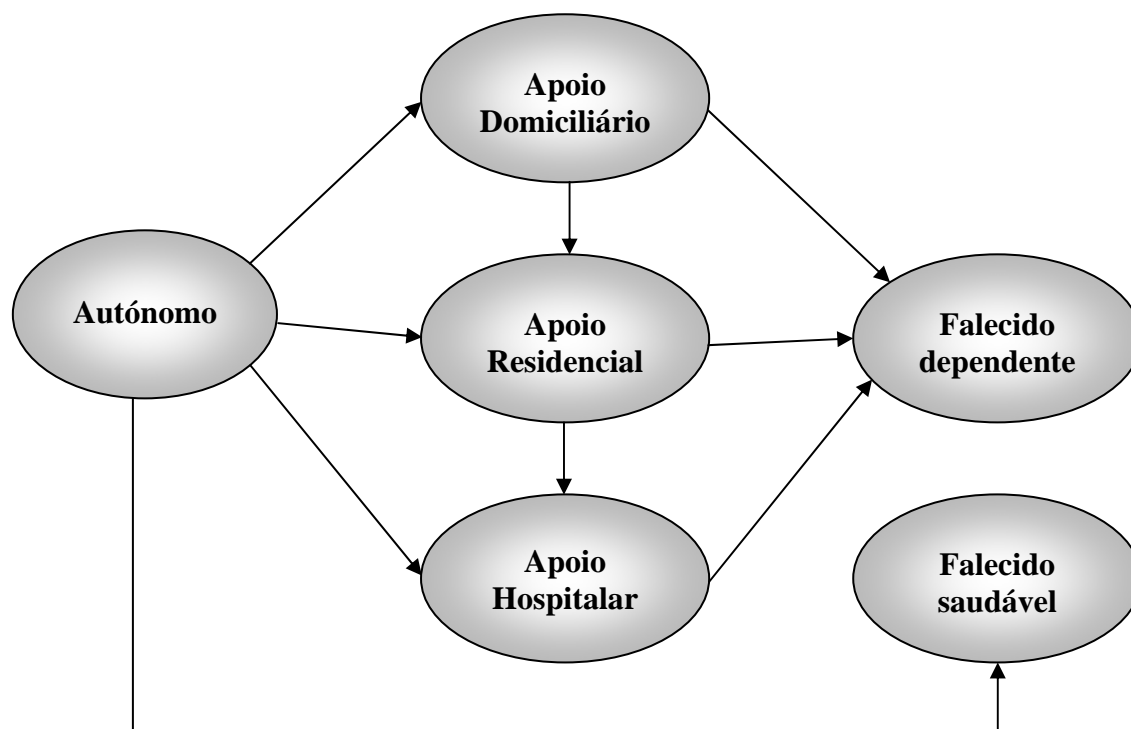
Esta cobertura garante o pagamento de um capital por parte do segurador caso o segurado contraia uma qualquer doença grave (cancro, trombose, enfarto do miocárdio, etc.) que se encontre prevista no contrato de seguro. Este modelo é composto por quatro estados: “Saudável”, “c/ Doença Grave”, “Falecido por doença grave” e “Falecido por causa distinta”. O pagamento do capital seguro é efectuado em consequência da transição entre os estados “Saudável” e “c/ Doença Grave”. Neste modelo, o falecimento pode processar-se por dois motivos diferenciados. Um como consequência da própria doença grave, o outro poderá ser consequência de uma qualquer causa que distinta daquela que está assegurada pelo contrato de seguro. Assim, graficamente o modelo pode ser representado da seguinte forma:



**Fig. II.6.** Modelo de Múltiplos Estados para o Seguro de Doenças Graves

### **II.2.7. Seguro de Dependência** (“Long-Term Care Insurance”)

Para terminar o conjunto de exemplos de operações às quais poderemos adaptar um modelo de múltiplos estados, vamos descrever o seguro de dependência que é o nosso objecto de estudo. Esta cobertura prevê a intervenção do segurador para fazer face a situações de necessidade de assistência por parte de terceiros que se podem verificar em idades avançadas por motivo de redução da auto-suficiência. Um modelo de múltiplos estados típico representativo de um seguro desta natureza é o seguinte:



**Fig. II.7.** Modelo de Múltiplos Estados para o Seguro de Dependência<sup>2</sup>

Este modelo é composto por um total de seis estados, onde se incluem três níveis de cuidados: o apoio domiciliário, a assistência residencial e a assistência hospitalar. Podemos ainda associar a cada um deles um grau de dependência, isto é, o apoio domiciliário pode ser associado à dependência de grau I (maior autonomia), a assistência residencial à dependência de grau II e a assistência hospitalar à dependência de grau III (menor autonomia). Normalmente, esta cobertura é accionada mediante o pagamento de uma renda e/ou de um capital seguro como consequência da transição entre o estado de “Autónomo” para qualquer um dos estados de dependência (I, II ou III). Consequentemente, o valor da renda e/ou capital seguro varia de acordo com o grau de dependência, sendo maior quanto maior o grau de dependência do segurado. Note-se que este modelo não contempla qualquer possibilidade de recuperação do segurado o que facilita consideravelmente o modelo, como veremos no próximo capítulo.

De seguida iremos descrever a modelação de uma qualquer operação com múltiplos estados através de um processo estocástico de Markov contínuo no tempo, em que os estados futuros do segurado unicamente dependem da sua idade e do seu estado actual.

<sup>2</sup> Adoptado de Haberman et al, “*Modern Actuarial Theory and Practice*”, (2005:754).



### II.3. MODELO TEÓRICO DE MÚLTIPLOS ESTADOS

Consideremos uma qualquer operação com múltiplos estados. Seja  $S$  um conjunto finito composto pelos estados para os quais o segurado pode transitar. Então, designando os estados por números inteiros, o **espaço de estados** pode ser representado do seguinte modo:

$$S = \{1, 2, \dots, n\}$$

Os estados, atendendo à sua natureza, podem ser de diferentes classes:

- **Estados transitentes:** estados aos quais, depois de serem abandonados, é possível voltar a aceder-lhes;
- **Estados estritamente transitentes:** estados aos quais, uma vez abandonados, não é possível voltar a aceder-lhes;
- **Estados absorventes:** estados dos quais não é possível sair depois de lhes aceder;

Além do conjunto de estados alcançáveis pelo segurado, qualquer operação com múltiplos estados é igualmente definida pelo conjunto das possíveis **transições directas** entre estes estados. Este conjunto é denominado por  $\mathcal{T}$ , e em geral, é um subconjunto do conjunto de pares de estados  $(i, j)$ , isto é,

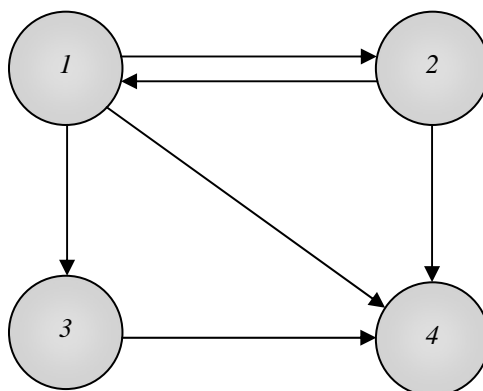
$$\mathcal{T} \subseteq \{(i, j) \mid i \neq j; i, j \in S\}$$

Destas, podemos ainda definir as **transições indirectas** que podem ser representadas por sequências de pares de estados: por exemplo, a transição  $(i, j)$  pode ser representada por pares tais como  $(i, k)$  e  $(k, j)$ ,  $\forall_{k \in S}$ .

Sendo assim, o par  $(S, \mathcal{T})$  é denominado de “**Modelo de Múltiplos Estados**”.

Graficamente, e recordando a descrição anteriormente efectuada dos vários exemplos apresentados, uma operação com múltiplos estados pode ser representada por um diagrama de setas (ou grafo orientado) em que cada transição directa entre estados (nós do grafo) é representada por uma seta (arco) que une o estado inicial com o final.

Consideremos a título exemplificativo, o seguinte diagrama de setas representativo de um modelo composto por um conjunto de quatro estados numerados de 1 a 4:



**Fig. II.8.** Modelo com 4 estados e suas transições.

Neste modelo, sendo o estado 1 o estado inicial no momento  $t=0$ , todos os estados  $j \in \{2, 3, 4\}$  podem ser alcançados a partir do estado 1 por transição directa ou indirecta. O conjunto de possíveis transições directas entre esses estados pode ser definido pelos pares  $(1,2)$ ,  $(1,3)$ ,  $(1,4)$ ,  $(2,1)$ ,  $(2,4)$  e  $(3,4)$ . Quanto às transições indirectas também são possíveis, por exemplo, a transição de 2 para 3 pode ser representada pela sequência  $(2,1)$  e  $(1,3)$ .

Quanto à natureza dos quatro estados, temos que:

- os estados 1 e 2 são **estados transitientes**;
- o estado 3 é um **estado estritamente transiente**;
- o estado 4 é um **estado absorvente**.

Por outro lado, a definição rigorosa destes três tipos de estados deveria ser dada em função das probabilidades de transição. Então, para que possamos fazer esta definição com maior rigor, nos parágrafos seguintes iremos proceder à modelação de uma qualquer operação com múltiplos estados, através de um processo estocástico de Markov contínuo no tempo, para que desta forma consigamos encontrar uma estrutura probabilística adequada à avaliação actuarial de um produto de seguro de LTC.

## II.4. PROCESSO ESTOCÁSTICO DE MARKOV CONTÍNUO NO TEMPO

Neste parágrafo definiremos um **processo estocástico de Markov contínuo** no tempo, aplicado a uma operação com múltiplos estados definida para um certo colectivo, cuja a evolução do segurado para estados futuros dependerá unicamente da sua idade e dos estados em que se encontra actualmente.

### II.4.1. Probabilidades de Transição

#### II.4.1.1. Definição

Seja  $\{S(x), x \geq 0\}$  um processo estocástico contínuo no tempo, tal que  $S(x) \in S$  é o estado em que o segurado se encontra à idade  $x$ , sendo  $S$  um espaço de estados finito.

O processo estocástico em tempo contínuo  $\{S(x), x \geq 0\}$  é uma **Cadeia de Markov em tempo contínuo** se, para qualquer  $n \geq 0$  e  $t > 0$ , cada conjunto finito de momentos  $x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n < x + t$  e o correspondente conjunto de estados  $i_0, i_1, \dots, i_{n-1}, i_n, j \in S$  com

$$\Pr \{ S(x_0) = i_0 \wedge S(x_1) = i_1 \wedge \dots \wedge S(x_{n-1}) = i_{n-1} \wedge S(x_n) = i_n \wedge S(x+t) = j \} > 0$$

a **propriedade de Markov** é satisfeita, ou seja,

$$\begin{aligned} & \Pr \{ S(x+t) = j \mid S(x_0) = i_0 \wedge S(x_1) = i_1 \wedge \dots \wedge S(x_{n-1}) = i_{n-1} \wedge S(x_n) = i_n \} \\ &= \Pr \{ S(x+t) = j \mid S(x_n) = i_n \} \end{aligned}$$

Isto significa que a probabilidade (condicionada) de um indivíduo ocupar um determinado estado  $j$  numa qualquer idade futura  $x+t$ , com  $t > 0$ , apenas depende de saber qual o estado em que se encontra actualmente à idade  $x_n$ , independentemente do historial de estados ocupados até à idade  $x_n$ .

Sendo assim, a expressão  $\Pr \{ S(x+t) = j \mid S(x_n) = i_n \}$ , para  $0 \leq t \leq x_n$  e  $i, j \in S$ , representa a **probabilidade de transição** para o estado  $j$ , à idade  $x+t$ , partindo do estado

actual  $i_n$ , à idade  $x_n$ . Considerando a notação actuarial mais convencional, representaremos a probabilidade de transição da seguinte forma:

$$\Pr \{ S(x+t) = j \mid S(x) = i \} = {}_t p_x^{ij}$$

Em particular, temos que

$${}_0 p_x^{ij} = \Pr \{ S(x) = j \mid S(x) = i \} = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases}$$

onde  $\delta_{ij}$  é denominado por **delta de Kronecker**. Desta forma, as probabilidades de transição  ${}_t p_x^{ij}$  ficam definidas para qualquer  $t > 0$  e  $i, j \in S$ .

#### II.4.1.2. Propriedades:

As probabilidades de transição de uma operação com múltiplos estados verificam as seguintes propriedades:

- a) Dada a natureza pessoal dos riscos objecto de seguro por parte de uma operação com múltiplos estado, as probabilidades de transição não são homogéneas (não estacionárias) no tempo, pelo que, em geral se verificará que

$${}_t p_x^{ij} \neq {}_t p_y^{ij}, \quad \forall_{x, y \geq 0} \quad \forall_{i, j \in S}$$

- b) As probabilidades de transição, como tais, verificam as condições de probabilidade, ou seja,

$$0 \leq {}_t p_x^{ij} \leq 1 \quad \text{e} \quad \sum_{j \in S} {}_t p_x^{ij} = 1, \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{i, j \in S}$$

- c) As probabilidades de transição verificam a **equação de Chapman-Kolmogorov**:

$${}_t p_x^{ij} = \sum_{k \in S} {}_u p_x^{ik} \cdot {}_{t-u} p_{x+u}^{kj}, \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{0 \leq u \leq t} \quad \forall_{i, k, j \in S}$$

Demonstração de c):

Segundo **Haberman e Pitacco (1999)**, usando a propriedade de Markov, temos que

$$\begin{aligned}
 {}_tP_x^{ij} &= \Pr \{ S(x+t) = j \mid S(x) = i \} \\
 &= \sum_{k \in S} \Pr \{ S(x+t) = j \wedge S(x+u) = k \mid S(x) = i \} \\
 &= \sum_{k \in S} \Pr \{ S(x+u) = k \mid S(x) = i \} \cdot \Pr \{ S(x+t) = j \mid S(x+u) = k \wedge S(x) = i \} \\
 &= \sum_{k \in S} \Pr \{ S(x+u) = k \mid S(x) = i \} \cdot \Pr \{ S(x+t) = j \mid S(x+u) = k \} \\
 &= \sum_{k \in S} {}_uP_x^{ik} \cdot {}_{t-u}P_{x+u}^{kj}, \quad \text{c.q.d.}
 \end{aligned}$$

#### II.4.1.3. Matriz de transição<sup>3</sup> $\wp_x(t)$

Para definirmos matricialmente as probabilidades de transição entre as idades  $x$  e  $x+t$  temos que definir primeiro dois tipos de matrizes: a matriz de transição anual  $\wp_x$  entre as idades  $x$  e  $x+1$  e a matriz vector de estados  $m_x^i(t)$  à idade  $x+t$  de uma Cadeia de Markov em tempo contínuo.

A **matriz de transição anual** entre estados às idades  $x$  e  $x+1$ ,  $\wp_x$ , é uma matriz quadrada de ordem  $n$  constituída por todas as probabilidades de transição anuais possíveis entre as referidas idades. Assim sendo, a matriz de transição anual entre as idades  $x$  e  $x+1$  tem a seguinte apresentação:

---

<sup>3</sup> Esta secção foi desenvolvida com base no estudo doutoral desenvolvido por Pociello, E. (2000) “*Modelización y cobertura de operaciones actuariales en colectivos con múltiplos estados*”.

$$\wp_x = \begin{bmatrix} p_x^{11} & p_x^{12} & \cdots & p_x^{1k} & \cdots & p_x^{1n} \\ p_x^{21} & p_x^{22} & \cdots & p_x^{2k} & \cdots & p_x^{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_x^{k1} & p_x^{k2} & \cdots & p_x^{kk} & \cdots & p_x^{kn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_x^{n1} & p_x^{n2} & \cdots & p_x^{nk} & \cdots & p_x^{nn} \end{bmatrix}$$

A matriz de transição anual  $\wp_x$  verifica as propriedades seguintes:

- a) Devido à propriedade de não homogeneidade que caracteriza todo o processo estocástico associado a uma operação actuarial sobre pessoas, a matriz de transição satisfaz, regra geral, a seguinte desigualdade  $\wp_x \neq \wp_y$ .
- b) A matriz de transição anual  $\wp_x$  é uma matriz estocástica pois, dado que cada linha da matriz representa as probabilidades de transição de um mesmo estado, facilmente concluímos que se verificam as condições de probabilidade, ou seja,

$$0 \leq p_x^{ij} \leq 1, \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{i,j \in \{1,2,\dots,n\}} \quad \text{e} \quad \sum_{j \in \{1,2,\dots,n\}} p_x^{ij} = 1, \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{i \in \{1,2,\dots,n\}}$$

Quanto à **matriz vector de estados** de uma Cadeia de Markov contínua no tempo correspondente à idade  $x+t$  define-se como sendo aquela matriz vector de  $n$  elementos, cujo o  $k$ -ésimo elemento define a probabilidade de transição entre o estado inicial  $i$ , à idade  $x$ , e o estado  $j$ , à idade  $x+t$ , e define-se da seguinte forma

$$m_x^i(t) = [ {}_t p_x^{i1} \quad {}_t p_x^{i2} \quad \cdots \quad {}_t p_x^{ik} \quad \cdots \quad {}_t p_x^{in} ], \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{i \in \{1,2,\dots,n\}}$$

Sendo a matriz vector  $m_x^i(t)$  constituída por probabilidades de transição temporais associadas ao estado inicial  $i$ , não é difícil concluir que os seus elementos são todos positivos e que estão compreendidos entre 0 e 1, pelo que podemos afirmar que esta é uma matriz vector estocástica.

Note-se que, inicialmente, a matriz o vector de estados é uma matriz vector unitária cujo único elemento não nulo tem valor igual a 1 e coincide com o  $i$ -ésimo estado inicial:

$$m_x^i(0) = [ {}_0P_x^{i1} \quad \cdots \quad {}_0P_x^{i(i-1)} \quad {}_0P_x^{ii} \quad {}_0P_x^{i(i+1)} \quad \cdots \quad {}_0P_x^{in} ], \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{i \in \{1, 2, \dots, n\}}$$

$$= [ 0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 ], \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{i \in \{1, 2, \dots, n\}}$$

A partir desta matriz, e tendo em conta a matriz de transição anual  $\wp_x$  definida anteriormente, já podemos definir as matrizes vector de estados sucessivas tal como se segue:

$$m_x^i(1) = m_x^i(0) \cdot \wp_x$$

$$m_x^i(2) = m_x^i(1) \cdot \wp_{x+1} = m_x^i(0) \cdot \wp_x \cdot \wp_{x+1}$$

$$m_x^i(3) = m_x^i(2) \cdot \wp_{x+2} = m_x^i(0) \cdot \wp_x \cdot \wp_{x+1} \cdot \wp_{x+2}$$

.....

$$m_x^i(t-1) = m_x^i(t-2) \cdot \wp_{x+t-2} = \dots = m_x^i(0) \cdot \wp_x \cdot \dots \cdot \wp_{x+t-2} = m_x^i(0) \cdot \prod_{r=0}^{t-2} \wp_{x+r}$$

$$m_x^i(t) = m_x^i(t-1) \cdot \wp_{x+t-1} = \dots = m_x^i(0) \cdot \wp_x \cdot \dots \cdot \wp_{x+t-1} = m_x^i(0) \cdot \prod_{r=0}^{t-1} \wp_{x+r}$$

O produtório matricial da anterior fórmula permite-nos calcular as diferentes probabilidades de transição desde a idade  $x$  à idade  $x+t$ . Por esta razão, a matriz resultante do referido produto de matrizes será a matriz de transição entre as idades  $x$  e  $x+t$ . Os seus elementos são as probabilidades de transição temporais  ${}_tP_x^{ij}$ . Em suma,

$$\wp_x(t) = \prod_{r=0}^t \wp_{x+r}, \quad \forall_{x, t \geq 0}$$

Por fim, podemos definir o conjunto das probabilidades de transição entre as idades  $x$  e  $x+t$  por uma matriz quadrada de ordem  $n$  cujos os seus elementos são todas as probabilidades de transição possíveis entre as referidas idades, sendo definida matricialmente da seguinte forma:

$$\wp_x(t) = \prod_{r=0}^t \wp_{x+r} = \begin{bmatrix} {}_t P_x^{11} & {}_t P_x^{12} & \cdots & {}_t P_x^{1k} & \cdots & {}_t P_x^{1n} \\ {}_t P_x^{21} & {}_t P_x^{22} & \cdots & {}_t P_x^{2k} & \cdots & {}_t P_x^{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ {}_t P_x^{k1} & {}_t P_x^{k2} & \cdots & {}_t P_x^{kk} & \cdots & {}_t P_x^{kn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ {}_t P_x^{n1} & {}_t P_x^{n2} & \cdots & {}_t P_x^{nk} & \cdots & {}_t P_x^{nn} \end{bmatrix}, \quad \forall_{x, t \geq 0}$$

Em particular, para  $t = 0$  tem-se  $\wp_x(0) = I$ , onde  $I$  define a matriz identidade.

A matriz de transição  $\wp_x(t)$  é igualmente uma matriz estocástica pois cumpre com todas as propriedades anteriormente definidas. Desta forma a matriz de transição  $\wp_x(t)$  fica definida para qualquer  $x \geq 0$  e  $t \geq 0$ .

#### II.4.2. Probabilidades de Permanência

Precisamos ainda de definir as probabilidades de permanência num mesmo estado desde a idade  $x$  até à idade  $x+t$ . Estas probabilidades condicionadas expressam o facto que entre as idades  $x$  e  $x+t$  não existem quaisquer transições entre estados. Consequentemente, podemos defini-las da seguinte forma:

$${}_t P_x^{ii} = \Pr \{ S(y) = i, \quad \forall_{y \in [x, x+t]} \mid S(x) = i \}$$

As probabilidades de permanência verificam a seguinte igualdade:

$${}_t P_x^{ii} = {}_u P_x^{ii} \cdot {}_{t-u} P_{x+u}^{ii}, \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{0 \leq u \leq t} \quad \forall_{i \in S}$$

#### Demonstração:

Analogamente, e segundo **Haberman e Pitacco (1999)**, esta relação pode facilmente ser demonstrada, usando a propriedade de Markov:

$$\begin{aligned} {}_t P_x^{ii} &= \Pr \{ S(y) = i, \quad \forall_{y \in [x, x+t]} \mid S(x) = i \} \\ &= \Pr \{ (S(y) = i, \quad \forall_{y \in [x, x+u]}) \wedge (S(y) = i, \quad \forall_{y \in [x+u, x+t]}) \mid S(x) = i \} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &= \Pr \{ (S(y) = i, \quad \forall_{y \in [x, x+u]}) \mid S(x) = i \} . \\
 &\qquad \cdot \Pr \{ (S(y) = i, \quad \forall_{y \in [x+u, x+t]}) \mid (S(y) = i, \quad \forall_{y \in [x, x+u]}) \} \\
 &= \Pr \{ S(y) = i, \quad \forall_{y \in [x, x+u]} \mid S(x) = i \} \cdot \Pr \{ S(y) = i, \quad \forall_{y \in [x+u, x+t]} \mid S(x+u) = i \} \\
 &= {}_u p_x^{ii} \cdot {}_{t-u} p_{x+u}^{ii}, \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{0 \leq u \leq t} \quad \forall_{i \in S} \qquad \text{c.q.d.}
 \end{aligned}$$

Posto isto, e após a definição das probabilidades de transição e as probabilidades de permanência, já podemos definir rigorosamente os estados segundo a sua tipologia. Assim, os estados podem então ser definidos da seguinte forma:

- o estado  $i$  é um **estado absorvente** se

$${}_t p_x^{ii} = 1, \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{i \in S}$$

- o estado  $i$  é um **estado transitório** se

$${}_{\infty} p_x^{ii} = 0, \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{i \in S}$$

- o estado  $i$  é um **estado estritamente transitório** se

$${}_t p_x^{ii} = {}_t p_x^{ii} < 1, \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{i \in S}$$

### II.4.3. Intensidades de Transição

#### II.4.3.1. Definição

A função de **intensidade de transição** do estado  $i$ , à idade  $x$ , para o estado  $j$ , com  $i \neq j$ , é aquela que define a densidade de probabilidade de transição dos estados anteriores à idade  $x$ . Analiticamente, define-se a partir do seguinte limite:

$$\mu_x^{ij} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{{}_{\Delta t} p_x^{ij}}{\Delta t}, \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{t \geq 0} \quad \forall_{i, j \in S}$$

Podemos interpretar o produto infinitesimal  $\mu_x^{ij} \cdot dx$  como a probabilidade de transição condicionada entre os estados  $i$  e  $j$  num intervalo de tempo infinitesimal  $[x, x + dx[$ , sabendo que à idade  $x$  o segurado se encontra no estado inicial  $i$ .

Daqui podemos definir a **intensidade total de transição** do estado  $i$  que se obtém como a soma das intensidades de transição parciais do estado  $i$  para qualquer outro estado  $k$ , ou seja,

$$\mu_x^i = \sum_{\forall k \neq i} \mu_x^{ik}, \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{i, k \in S}$$

Podemos interpretar o seu valor como a densidade de probabilidade de saída do estado  $i$  entre as idades  $x$  e  $x + dx$ .

Podemos verificar ainda que

$$\mu_x^i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{1 - {}_{\Delta t}P_x^{ii}}{\Delta t}, \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{i, k \in S}$$

Demonstração:

$$\mu_x^i = \sum_{\forall k \neq i} \mu_x^{ik} = \sum_{\forall k \neq i} \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{{}_{\Delta t}P_x^{ik}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{1 - {}_{\Delta t}P_x^{ii}}{\Delta t}, \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{i, k \in S} \quad \text{c.q.d.}$$

A expressão infinitesimal  $\mu_x^i \cdot dx$  pode ser interpretada como a probabilidade condicionada de sair do estado  $i$  num intervalo de tempo infinitesimal  $[x, x + dx[$ , sabendo que o risco se encontra no estado  $i$  à idade  $x$ .

Assumimos a existência dos anteriores limites assim como a integrabilidade e continuidade de todas as intensidades de transição.

### II.4.3.2. Matriz de intensidades de transição<sup>4</sup> $\mathfrak{R}_x(t)$

Consideraremos  $\mathfrak{R}_x(t)$  a matriz cujos elementos são as intensidades de transição  $\mu_x^{ij}$  entre as idades  $x$  e  $x+t$ . Esta é uma matriz quadrada de ordem  $n$ , não estacionária, sendo que os elementos que compõem cada uma das suas linhas somam zero (Möller, C.M. (1992)). Então, por definição, temos que

$$\sum_{\forall i,j \in S} \mu_x^{ij} = 0 \Leftrightarrow \mu_x^{ii} + \sum_{k \neq j} \mu_x^{ik} = 0 \Leftrightarrow \mu_x^{ii} = -\sum_{k \neq j} \mu_x^{ik} \Leftrightarrow \mu_x^{ii} = -\mu_x^i$$

Sendo assim, e tendo em conta que  $\mu_x^{ij} = 0$  se  $(i, j) \notin \mathcal{T}$ , a matriz de intensidade de transição  $\mathfrak{R}_x(t)$ , para qualquer  $n, k \geq 0$ , pode ser definida da seguinte forma:

$$\mathfrak{R}_x(t) = \begin{bmatrix} \mu_{x+t}^{11} & \mu_{x+t}^{12} & \cdots & \mu_{x+t}^{1k} & \cdots & \mu_{x+t}^{1n} \\ \mu_{x+t}^{21} & \mu_{x+t}^{22} & \cdots & \mu_{x+t}^{2k} & \cdots & \mu_{x+t}^{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mu_{x+t}^{k1} & \mu_{x+t}^{k2} & \cdots & \mu_{x+t}^{kk} & \cdots & \mu_{x+t}^{kn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mu_{x+t}^{n1} & \mu_{x+t}^{n2} & \cdots & \mu_{x+t}^{nk} & \cdots & \mu_{x+t}^{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu_{x+t}^1 & \mu_{x+t}^{12} & \cdots & \mu_{x+t}^{1k} & \cdots & \mu_{x+t}^{1n} \\ \mu_{x+t}^{21} & -\mu_{x+t}^2 & \cdots & \mu_{x+t}^{2k} & \cdots & \mu_{x+t}^{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mu_{x+t}^{k1} & \mu_{x+t}^{k2} & \cdots & -\mu_{x+t}^k & \cdots & \mu_{x+t}^{kn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mu_{x+t}^{n1} & \mu_{x+t}^{n2} & \cdots & \mu_{x+t}^{nk} & \cdots & -\mu_{x+t}^n \end{bmatrix}$$

## II.4.4. Equações diferenciais de Chapman-Kolmogorov

### II.4.4.1. Equação geral do processo estocástico contínuo

A equação geral de um processo estocástico contínuo no tempo relaciona as intensidades de transição com as probabilidades de transição correspondentes, pelo que, a sua resolução permite então determinar os valores das respectivas probabilidades de transição necessárias à modelação da operação com múltiplos estados. Assim sendo, a sua expressão é a seguinte:

$$\frac{d}{dt}({}_t p_x^{ij}) = \sum_{\forall k \neq j} {}_t p_x^{ik} \cdot \mu_{x+t}^{kj} - {}_t p_x^{ij} \cdot \mu_{x+t}^j, \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{t \geq 0} \quad \forall_{i,k,j \in S}$$

---

<sup>4</sup> Segundo Pociello, E. (2000) em “Modelización y cobertura de operaciones actuariales en colectivos com múltiplos estados”.

Demonstração:

Segundo **Haberman e Pitacco (1999)**, para deduzir a equação geral do processo estocástico contínuo, deveremos analisar o efeito de uma variação infinitesimal de tempo nas probabilidades de transição temporais  ${}_t p_x^{ij}$ . Sendo assim, tem-se que

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{{}^t p_x^{ij}} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{{}^{t+\Delta t} p_x^{ij} - {}^t p_x^{ij}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{\sum_{\forall k} {}^t p_x^{ik} \cdot {}_{\Delta t} p_{x+t}^{kj} - {}^t p_x^{ij}}{\Delta t} \\
 &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{\sum_{\forall k \neq j} {}^t p_x^{ik} \cdot {}_{\Delta t} p_{x+t}^{kj} + {}^t p_x^{ij} \cdot {}_{\Delta t} p_{x+t}^{jj} - {}^t p_x^{ij}}{\Delta t} \\
 &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{\sum_{\forall k \neq j} {}^t p_x^{ik} \cdot {}_{\Delta t} p_{x+t}^{kj}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{{}^t p_x^{ij} \cdot {}_{\Delta t} p_{x+t}^{jj} - {}^t p_x^{ij}}{\Delta t} \\
 &= \sum_{\forall k \neq j} {}^t p_x^{ik} \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{{}_{\Delta t} p_{x+t}^{kj}}{\Delta t} - {}^t p_x^{ij} \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{1 - {}_{\Delta t} p_{x+t}^{jj}}{\Delta t} \\
 &= \sum_{\forall k \neq j} {}^t p_x^{ik} \cdot \mu_{x+t}^{kj} - {}^t p_x^{ij} \cdot \mu_{x+t}^j, \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{t \geq 0} \quad \forall_{i,k,j \in S} \quad \text{c.q.d.}
 \end{aligned}$$

Em particular, para as probabilidades de permanência podemos definir a equação geral a partir das intensidades de transição de saída, ou seja,

$$\frac{d}{{}^t p_x^{ii}} = - {}^t p_x^{ii} \cdot \mu_{x+t}^i$$

Demonstração:

Segundo **Haberman e Pitacco (1999)**, diferenciando  ${}_t p_x^{ii}$ , tem-se

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{{}^t p_x^{ii}} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{{}^{t+\Delta t} p_x^{ii} - {}^t p_x^{ii}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{{}^t p_x^{ii} \cdot {}_{\Delta t} p_{x+t}^{ii} - {}^t p_x^{ii}}{\Delta t} = \\
 &= - {}^t p_x^{ii} \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{1 - {}_{\Delta t} p_{x+t}^{ii}}{\Delta t} = - {}^t p_x^{ii} \cdot \mu_{x+t}^i \quad \text{c.q.d.}
 \end{aligned}$$

#### II.4.4.2. Matriz da equação geral do processo estocástico<sup>5</sup>

A equação geral do processo estocástico contínuo definida anteriormente pode ser representada matricialmente através da seguinte expressão:

$$\frac{d}{dx} m_x^i(t) = m_x^i(t) \cdot \mathfrak{R}_x(t)$$

Demonstração:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} m_x^i(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{m_x^i(t + \Delta t) - m_x^i(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{m_x^i(t) \cdot \wp_{x+t}(\Delta t) - m_x^i(t)}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{m_x^i(t) \cdot [\wp_{x+t}(\Delta t) - I]}{\Delta t} = m_x^i(t) \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{\wp_{x+t}(\Delta t) - I}{\Delta t} = m_x^i(t) \cdot \mathfrak{R}_x(t) \end{aligned}$$

c.q.d.

#### II.4.4.3. Equações diferenciais de Chapman-Kolmogorov

A partir da equação geral de um processo estocástico de Markov contínuo no tempo definida no parágrafo anterior se gera um sistema de equações diferenciais lineares nas quais as incógnitas são as probabilidades de transição. No entanto, os coeficientes são variáveis uma vez que as intensidades de transição variam com o tempo devido à não estacionaridade do processo estocástico.

Estas equações diferenciais, denominadas por **Equações Diferenciais de Chapman-Kolmogorov**, permitem-nos conhecer, para cada uma das probabilidades de transição, a sua variação infinitesimal dentro de uma certa temporalidade  $t$ . A sua expressão geral, na forma diferencial, é a seguinte:

$$d({}_t p_x^{ij}) = \sum_{\forall k \neq j} {}_t p_x^{ik} \cdot \mu_{x+t}^{kj} \cdot dt - {}_t p_x^{ij} \cdot \mu_{x+t}^j \cdot dt, \quad \forall_{x \geq 0} \quad \forall_{t \geq 0} \quad \forall_{i,k,j \in S}$$

---

<sup>5</sup> Segundo **Pociello, E. (2000)** em “*Modelización y cobertura de operaciones actuariales en colectivos com múltiplos estados*”.

Analiticamente, podemos interpretar esta equação como a variação da probabilidade de transição  ${}_t p_x^{ij}$  no intervalo de tempo infinitesimal  $[t, t + dt[$  que se obtém da diferença entre a probabilidade de entrada no estado  $j$  vindo de qualquer estado  $k$ , tal que  $j \neq k$ , e a probabilidade de saída do mesmo estado  $j$ , num intervalo de tempo infinitesimal  $[t, t + dt[$ .

As equações diferenciais de Chapman-Kolmogorov serão tantas quantas as probabilidades de transição a calcular para o modelo da operação com múltiplos estados considerado.

## II.5. CÁLCULO DAS PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO E DE PERMANÊNCIA

Uma operação com múltiplos estados, modelada através de um processo estocástico de Markov contínuo no tempo, pode ser analisada segundo duas vertentes:

- obtenção das intensidades de transição a partir dos valores estimados das probabilidades de transição;
- obtenção das probabilidades de transição a partir dos valores estimados das intensidades de transição (método TIA – Transition Intensity Approach).

Seguindo o método de **Haberman e Pitacco, (1999)**, iremos utilizar o segundo procedimento pois, segundo alguns autores<sup>6</sup>, este conserva melhor a natureza estocástica do processo.

### II.5.1. Calcular as Probabilidades de Permanência

As probabilidades de permanência ininterrupta num mesmo estado podem ser calculadas através da seguinte expressão analítica:

$${}_t p_x^{ii} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^i \cdot du}$$

---

<sup>6</sup> Sverdrup, E. (1965); Hoem, J.M. (1984); Waters, H.R.(1984).

Demonstração:

Tendo em conta que  ${}_0p_x^{\ddot{i}} = 1$ , tem-se que

$$\frac{d}{{dt}}({}_tP_x^{\ddot{i}}) = -{}_tP_x^{\ddot{i}} \cdot \mu_{x+t}^i \Leftrightarrow d[\ln({}_tP_x^{\ddot{i}})] = -\mu_{x+t}^i \Leftrightarrow \ln({}_tP_x^{\ddot{i}}) = -\int_0^t \mu_{x+u}^i du$$

$$\Leftrightarrow {}_tP_x^{\ddot{i}} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^i du} \quad \text{c.q.d.}$$

Esta expressão pode ser resolvida de forma exacta ou aproximada, através da aplicação de métodos numéricos, tais como o método dos trapézios ou a regra de Simpson.

### II.5.2. Calcular as Probabilidades de Transição

Através da aplicação de métodos numéricos de integração, facilmente se calculam as probabilidades de permanência. No entanto, devido às características da operação com múltiplos estados, o cálculo das probabilidades de transição associadas a um processo estocástico contínuo no tempo é, regra geral, de difícil integração.

Existem no entanto algumas soluções de aplicação geral a qualquer operação com múltiplos estados que nos permitem de calcular as referidas probabilidades de transição a partir da estimação das correspondentes intensidades de transição.

Estas soluções podem ser obtidas de duas formas distintas:

- De **forma exacta** a partir da suposição de determinadas hipóteses restritivas às funções de transição (probabilidades e intensidades):
  - *Intensidades de transição constantes*: nesta hipótese são consideradas constantes as intensidades de transição para qualquer idade  $x$  e qualquer transição de  $i$  para  $j$ , o que nos conduz ao conhecido processo estocástico de Markov homogéneo (**Jones, B.L. (1993)**);
  - *Intensidade de transição constante definida por intervalos de tempo*: esta hipótese define a intensidade de transição como uma função escalonada

definida por intervalos de intensidade constante, conservando desta forma a não-homogeneidade do processo no tempo (**Jones, B.L. (1993)**);

- *Intensidade de transição contínua*: esta hipótese supõe a continuidade das intensidades de transição em todo o intervalo de tempo considerado, a partir das correspondentes probabilidades de transição em  $n$  etapas (**Wolthuis, H. (1994)**).
  
- De **forma aproximada** a partir da aplicação de algoritmos numéricos:
  - *Método numérico baseado no teorema do valor médio*: método baseado na aplicação do teorema do valor médio (**Waters, H.R.(1984)**).
  
  - *Método numérico baseado na integração por produto*: este método propõe a obtenção aproximada da matriz  $\varphi_x(t)$  a partir das matrizes de intensidade de transição de cada um dos sub-intervalos que resultam de uma partição da temporalidade  $[0, t[$  (**Möller, C.M.(1992)**).



## **CAPITULO III**

### **AVALIAÇÃO FINANCEIRO-ACTUARIAL DE UM SEGURO DE DEPENDÊNCIA**



### III.1. INTRODUÇÃO

Partindo do estudo de **Haberman e Pitacco (1999)**, iremos neste capítulo formular um modelo actuarial para um seguro de dependência. Para tal iremo-nos basear nos modelos de múltiplos estados descrevendo, através de um processo estocástico contínuo no tempo, as diferentes probabilidades de transição que compõem a estrutura probabilística necessária para a formulação financeiro-actuarial de um seguro com estas características.

Existe um leque de possibilidades bastante alargado para o conjunto de produtos que poderíamos considerar deste tipo de seguro. No entanto, iremos considerar um seguro composto por coberturas relacionadas com o risco de dependência (Seguro de Dependência), bem como a garantia de um capital seguro em caso de morte (Seguro de Morte).

Consideremos um produto de seguro com as seguintes características:

- ✓ Coberturas/Serviços prestados:
  - Apoio Domiciliário e Teleassistência (ADT)
  - Assistência Residencial ou Hospitalar (ARH)
- ✓ O modelo considera três graus de dependência de acordo com a gravidade apresentada, isto é, o grau I corresponde a uma dependência moderada, o grau II corresponde a uma dependência grave e o grau III corresponde a uma dependência severa.
- ✓ Não existe possibilidade de recuperação para pessoas dependentes<sup>1</sup> pois as incapacidades que apresentam as pessoas com mais de 65 anos são de carácter

---

<sup>1</sup> Na prática, e de acordo com o nível de dependência definido pela companhia de seguros para cada grau de dependência, poderemos considerar a recuperação do estado de dependência de grau II para o estado de dependência de grau I. No entanto esta situação implica o estudo do modelo de múltiplos estados descrito probabilisticamente através de um semi-processo estocástico de Markov contínuo no tempo, o qual não é objecto de estudo neste nosso trabalho.

permanente em 90% dos casos, pelo que podemos supor que a probabilidade de um indivíduo deixar de ser dependente é igual a zero<sup>2</sup>.

- ✓ A idade limite de subscrição é os 65 anos de idade, sendo que se pressupõem que o segurado é saudável (autónomo) nessa idade.
- ✓ O contrato de seguro só produz efeitos a partir dos 65 anos de idade e não tem idade limite de permanência.
- ✓ As prestações são mistas, isto é, os benefícios garantidos comportam uma prestação económica (renda e/ou capital seguro) e permitem o acesso a uma rede de serviços de assistência. A nível das prestações económicas, o contrato de seguro garante à pessoa segura:
  - a) Em dependência de grau I, uma renda contínua constante vitalícia  $R$ <sup>3</sup> paga enquanto o segurado se encontrar em situação de dependência moderada.
  - b) Em dependência de grau II, uma renda contínua constante vitalícia  $R$  paga enquanto o segurado se encontrar em situação de dependência grave, bem como um capital seguro no valor de  $C^{d_2}$  no momento da entrada neste estado de dependência.
  - c) Em dependência de grau III, uma renda contínua constante vitalícia  $R$  paga enquanto o segurado se encontrar em situação de dependência severa, bem como um capital seguro no valor de  $C^{d_3}$ , no momento da entrada neste estado de dependência. Note-se que  $C^{d_2} \leq C^{d_3}$ .
  - d) Em caso de morte, um capital seguro  $C^f$ . Assumiremos que  $C^f \leq C^{d_2} + C^{d_3}$ .
- ✓ No que diz respeito às coberturas/serviços prestados, para dependentes moderados será considerada apenas a cobertura de ADT, para dependentes graves a cobertura a considerar já poderá ser a ADT e a ARH, para dependentes severos vamos

---

<sup>2</sup> Artís, M.; Ayuso, M.; Guillén, M. (2007; 383).

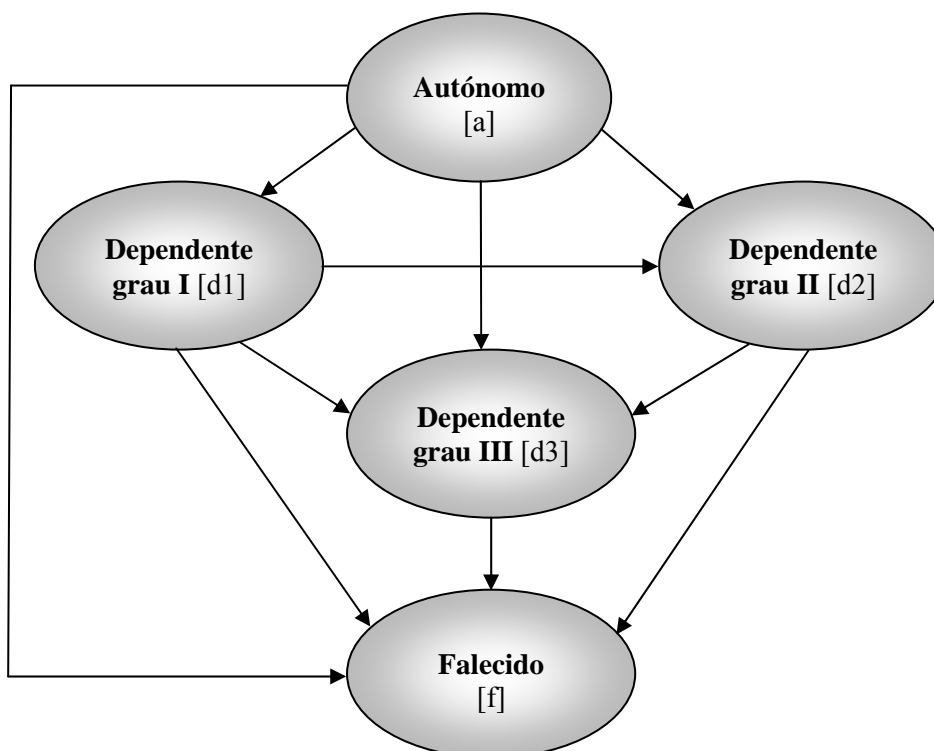
<sup>3</sup> Na prática faz sentido que esta renda seja variável de acordo com o grau de dependência em que a pessoa segura se encontra, de tal forma que  $R^I < R^{II} < R^{III}$ , sendo  $R^i$  o valor da renda contínua vitalícia paga enquanto o segurado se encontrar no estado de dependência de grau  $i = \{I, II, III\}$ . De forma a tornar o nosso modelo em estudo mais simples optámos por considerar o caso particular de uma renda contínua constante vitalícia  $R$  paga independentemente do estado de dependência do segurado.

considerar apenas a cobertura ARH. Os custos inerentes a estes serviços poderão ser financiados através das prestações económicas acima definidas garantidas de acordo com o grau de dependência em que se encontre a pessoa segura.

- ✓ Como contrapartida aos benefícios garantidos, o segurado deverá pagar um prémio vitalício nivelado (constante)  $P^4$ , desde a idade de subscrição  $x$ , enquanto a pessoa for viva, independentemente do grau de dependência em que se encontre.
  
- ✓ É admissível a operação de resgate.

### III.2. MODELO DE MÚLTIPLOS ESTADOS APLICADO A UMA OPERAÇÃO DE SEGURO DE DEPENDÊNCIA

O nosso objectivo primordial é definir e calcular as probabilidades de transição que estão na base da estrutura probabilística pretendida. Para tal, consideremos o seguinte esquema de transições representativo da operação de seguro de dependência acima descrita:



**Fig. III.1.** Um modelo de múltiplos estados para um produto de seguro de Long-Term Care, com cinco estados

---

<sup>4</sup> Por questões de simplificação do modelo, e de redução do valor do prémio a pagar, considerámos o pagamento vitalício de um prémio único  $P$  independente do estado (autónimo ou dependente) em que se encontra o segurado. Na prática fará mais sentido considerar o pagamento do prémio nivelado  $P$  apenas enquanto o segurado permanecer autónomo. No entanto, salientamos que nesta situação é natural que o valor do prémio seja mais elevado do que aqueles que resultam do nosso modelo.

Nesta perspectiva, o segurado pode-se encontrar nos seguintes estados:

- ✓ **Autónomo** (estado " $a$ "): estado em que a pessoa se encontra quando não necessita de qualquer ajuda para realizar as actividades básicas da vida diária (AVD's);
- ✓ **Dependente de grau I** (estado " $d_1$ "): estado de dependência moderada;
- ✓ **Dependente de grau II** (estado " $d_2$ "): estado de dependência grave;
- ✓ **Dependente de grau III** (estado " $d_3$ "): estado de dependência severa;
- ✓ **Falecido** (estado " $f$ ").

Assim sendo, o espaço de estados é definido por

$$S = \{ a, d_1, d_2, d_3, f \}$$

sendo o estado " $a$ " transiente, os estados " $d_1$ ", " $d_2$ " e " $d_3$ " estritamente transientes e o estado " $f$ " absorvente.

Neste modelo consideramos que a pessoa segura não se torna autónoma nem diminui o grau de dependência, qualquer que seja o seu nível, o que define a condição de irreversibilidade dos estados. Sendo assim, o conjunto das transições directas é descrito da seguinte forma:

$$\mathcal{T} = \{ (a, d_1), (a, d_2), (a, d_3), (a, f), (d_1, d_2), (d_1, d_3), (d_1, f), (d_2, d_3), (d_2, f), (d_3, f) \}$$

### III.3. MODELO TEÓRICO

Seja  $\{S(x), x \geq 0\}$  uma cadeia de Markov não homogénea contínua, sendo  $S(x)$  o estado em que o segurado se encontra à idade  $x$  definido sobre o espaço de estados

$$S = \{ a, d_1, d_2, d_3, f \}$$

Para a formulação do modelo actuarial de seguro de dependência pretendido temos que estabelecer, numa primeira fase, a probabilidade de um indivíduo se tornar dependente, supondo que aos 65 anos de idade é uma pessoa saudável (autónomo). Então, temos que as probabilidades que intervêm no processo estocástico são as seguintes:

### III.3.1. Probabilidades de transição

- ✓  ${}_t p_x^{ad_1} = \Pr\{S(x+t) = d_1 \mid S(x) = a\}$  = probabilidade de um indivíduo saudável à idade  $x$  se tornar dependente de grau I à idade  $x+t$ ;
- ✓  ${}_t p_x^{ad_2} = \Pr\{S(x+t) = d_2 \mid S(x) = a\}$  = probabilidade de um indivíduo saudável à idade  $x$  se tornar dependente de grau II à idade  $x+t$ ;
- ✓  ${}_t p_x^{ad_3} = \Pr\{S(x+t) = d_3 \mid S(x) = a\}$  = probabilidade de um indivíduo saudável à idade  $x$  se tornar dependente de grau III à idade  $x+t$ ;
- ✓  ${}_t p_x^{af} = \Pr\{S(x+t) = f \mid S(x) = a\}$  = probabilidade de um indivíduo saudável à idade  $x$  falecer à idade  $x+t$ ;
- ✓  ${}_t p_x^{d_1d_2} = \Pr\{S(x+t) = d_2 \mid S(x) = d_1\}$  = probabilidade de um indivíduo dependente de grau I à idade  $x$  se tornar dependente de grau II à idade  $x+t$ ;
- ✓  ${}_t p_x^{d_1d_3} = \Pr\{S(x+t) = d_3 \mid S(x) = d_1\}$  = probabilidade de um indivíduo dependente de grau I à idade  $x$  se tornar dependente de grau III à idade  $x+t$ ;
- ✓  ${}_t p_x^{d_1f} = \Pr\{S(x+t) = f \mid S(x) = d_1\}$  = probabilidade de um indivíduo dependente de grau I à idade  $x$  falecer à idade  $x+t$ ;
- ✓  ${}_t p_x^{d_2d_3} = \Pr\{S(x+t) = d_3 \mid S(x) = d_2\}$  = probabilidade de um indivíduo dependente de grau II à idade  $x$  se tornar dependente de grau III à idade  $x+t$ ;
- ✓  ${}_t p_x^{d_2f} = \Pr\{S(x+t) = f \mid S(x) = d_2\}$  = probabilidade de um indivíduo dependente de grau II à idade  $x$  falecer à idade  $x+t$ ;

- ✓  ${}_t p_x^{d_3 f} = \Pr\{S(x+t) = f \mid S(x) = d_3\}$  = probabilidade de um indivíduo dependente de grau III à idade x falecer à idade x+t;

### III.3.2. Probabilidades de permanência (ininterrupta)

- ✓  ${}_t p_x^{aa} = {}_t p_x^{aa} = \Pr\{S(y) = a, \forall_{y \in [x, x+t]} \mid S(x) = a\}$  = probabilidade de um indivíduo saudável à idade x permanecer saudável à idade x+t;
- ✓  ${}_t p_x^{d_1 d_1} = {}_t p_x^{d_1 d_1} = \Pr\{S(y) = d_1, \forall_{y \in [x, x+t]} \mid S(x) = d_1\}$  = probabilidade de um indivíduo dependente de grau I à idade x permanecer dependente de grau I à idade x+t;
- ✓  ${}_t p_x^{d_2 d_2} = {}_t p_x^{d_2 d_2} = \Pr\{S(y) = d_2, \forall_{y \in [x, x+t]} \mid S(x) = d_2\}$  = probabilidade de um indivíduo dependente de grau II à idade x permanecer dependente de grau II à idade x+t;
- ✓  ${}_t p_x^{d_3 d_3} = {}_t p_x^{d_3 d_3} = \Pr\{S(y) = d_3, \forall_{y \in [x, x+t]} \mid S(x) = d_3\}$  = probabilidade de um indivíduo dependente de grau III à idade x permanecer dependente de grau III à idade x+t.

### III.3.3. Matriz de Probabilidades e Matriz de Intensidades

Matricialmente, temos que

$$\wp_x(t) = \prod_{r=0}^t \wp_{x+r} = \begin{bmatrix} {}_t p_x^{aa} & {}_t p_x^{ad_1} & {}_t p_x^{ad_2} & {}_t p_x^{ad_3} & {}_t p_x^{af} \\ 0 & {}_t p_x^{d_1 d_1} & {}_t p_x^{d_1 d_2} & {}_t p_x^{d_1 d_3} & {}_t p_x^{d_1 f} \\ 0 & 0 & {}_t p_x^{d_2 d_2} & {}_t p_x^{d_2 d_3} & {}_t p_x^{d_2 f} \\ 0 & 0 & 0 & {}_t p_x^{d_3 d_3} & {}_t p_x^{d_3 f} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \forall_{x, t \geq 0}$$



As probabilidades não nulas da matriz de transição  $\wp_x(t)$  reflectem as mudanças de estados entre as idades  $x$  e  $x+t$  permitidas pelo modelo.

A matriz de intensidade de transição  $\mathfrak{R}_x(t)$ , para qualquer  $x, t \geq 0$ , pode ser definida da seguinte forma:

$$\mathfrak{R}(t) = \begin{bmatrix} -\mu_{x+t}^a & \mu_{x+t}^{ad_1} & \mu_{x+t}^{ad_2} & \mu_{x+t}^{ad_3} & \mu_{x+t}^{af} \\ 0 & -\mu_{x+t}^{d_1} & \mu_{x+t}^{d_1d_2} & \mu_{x+t}^{d_1d_3} & \mu_{x+t}^{d_1f} \\ 0 & 0 & -\mu_{x+t}^{d_2} & \mu_{x+t}^{d_2d_3} & \mu_{x+t}^{d_2f} \\ 0 & 0 & 0 & -\mu_{x+t}^{d_3} & \mu_{x+t}^{d_3f} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Assumimos que as taxas instantâneas de transição derivadas destas probabilidades existem e são funções contínuas em  $x$ .

### III.4. EQUAÇÃO GERAL DO PROCESSO ESTOCÁSTICO DE MARKOV

Por diferenciação das probabilidades de transição e de permanência, conforme descrito no capítulo anterior, obtemos as equações de Chapman-Kolmogorov que definem a equação geral do processo estocástico:

#### III.4.1. Probabilidades de transição

$$\checkmark \quad \frac{d}{dt}({}_tP_x^{ad_1}) = {}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{ad_1} - {}_tP_x^{ad_1} (\mu_{x+t}^{d_1d_2} + \mu_{x+t}^{d_1d_3} + \mu_{x+t}^{d_1f}) = {}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{ad_1} - {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1}$$

$$\checkmark \quad \frac{d}{dt}({}_tP_x^{ad_2}) = {}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{ad_2} + {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_2} - {}_tP_x^{ad_2} (\mu_{x+t}^{d_2d_3} + \mu_{x+t}^{d_2f})$$

$$= {}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{ad_2} + {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_2} - {}_tP_x^{ad_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2}$$

$$\checkmark \quad \frac{d}{dt}({}_tP_x^{ad_3}) = {}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{ad_3} + {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_3} + {}_tP_x^{ad_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2d_3} - {}_tP_x^{ad_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_3f}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \quad \frac{d}{dt}({}_tP_x^{af}) &= {}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{af} + {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1f} + {}_tP_x^{ad_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2f} + {}_tP_x^{ad_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_3f} \\ \checkmark \quad \frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_1d_2}) &= {}_tP_x^{d_1d_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_2} - {}_tP_x^{d_1d_2} (\mu_{x+t}^{d_2d_3} + \mu_{x+t}^{d_2f}) = {}_tP_x^{d_1d_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_2} - {}_tP_x^{d_1d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2} \\ \checkmark \quad \frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_1d_3}) &= {}_tP_x^{d_1d_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_3} + {}_tP_x^{d_1d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2d_3} - {}_tP_x^{d_1d_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_3f} \\ \checkmark \quad \frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_1f}) &= {}_tP_x^{d_1d_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1f} + {}_tP_x^{d_1d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2f} + {}_tP_x^{d_1d_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_3f} \\ \checkmark \quad \frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_2d_3}) &= {}_tP_x^{d_2d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2d_3} - {}_tP_x^{d_2d_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_3f} \\ \checkmark \quad \frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_2f}) &= {}_tP_x^{d_2d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2f} + {}_tP_x^{d_2d_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_3f} \\ \checkmark \quad \frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_3f}) &= {}_tP_x^{d_3d_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_3f} \end{aligned}$$

#### III.4.2. Probabilidades de permanência (ininterrupta)

$$\begin{aligned} \checkmark \quad \frac{d}{dt}({}_tP_x^{aa}) &= \frac{d}{dt}({}_tP_x^{aa}) = -{}_tP_x^{aa} (\mu_{x+t}^{ad_1} + \mu_{x+t}^{ad_2} + \mu_{x+t}^{ad_3} + \mu_{x+t}^{af}) = -{}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^a \\ \checkmark \quad \frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_1d_1}) &= \frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_1d_1}) = -{}_tP_x^{d_1d_1} (\mu_{x+t}^{d_1d_2} + \mu_{x+t}^{d_1d_3} + \mu_{x+t}^{d_1f}) = -{}_tP_x^{d_1d_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1} \\ \checkmark \quad \frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_2d_2}) &= \frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_2d_2}) = -{}_tP_x^{d_2d_2} (\mu_{x+t}^{d_2d_3} + \mu_{x+t}^{d_2f}) = -{}_tP_x^{d_2d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2} \\ \checkmark \quad \frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_3d_3}) &= \frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_3d_3}) = -{}_tP_x^{d_3d_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_3f} \end{aligned}$$

### III.5. CÁLCULO EXACTO DAS PROBABILIDADES DE PERMANÊNCIA E DE TRANSIÇÃO

Pretendemos agora calcular, aplicando o método TIA, as probabilidades de transição e de permanência. Entre os diversos métodos destacados no anterior capítulo, iremos calcular de forma exacta estas probabilidades resolvendo o sistema de equações diferenciais de Chapman-Kolmogorov considerando as seguintes igualdades entre as intensidades de transição:

$$\mu_{x+t}^{ad_2} = \mu_{x+t}^{d_1d_2},$$

$$\mu_{x+t}^{ad_3} = \mu_{x+t}^{d_1d_3} = \mu_{x+t}^{d_2d_3} \quad \text{e} \quad \mu_{x+t}^{af} = \mu_{x+t}^{d_1f} = \mu_{x+t}^{d_2f} = \mu_{x+t}^{d_3f}$$

#### III.5.1. Probabilidades de permanência (ininterrupta)

i) Aplicando a condição inicial  ${}_0p_x^{aa} = 1$ , tem-se que

$${}_tP_x^{aa} = {}_tP_x^{aa} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{aa} \cdot du} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_1} + \mu_{x+u}^{ad_2} + \mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du}$$

ii) Aplicando a condição inicial  ${}_0p_x^{d_1d_1} = 1$ , tem-se que

$${}_tP_x^{d_1d_1} = {}_tP_x^{d_1d_1} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_1} \cdot du} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{d_1d_2} + \mu_{x+u}^{d_1d_3} + \mu_{x+u}^{d_1f}) \cdot du}$$

iii) Aplicando a condição inicial  ${}_0p_x^{d_2d_2} = 1$ , tem-se que

$${}_tP_x^{d_2d_2} = {}_tP_x^{d_2d_2} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_2} \cdot du} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{d_2d_3} + \mu_{x+u}^{d_2f}) \cdot du}$$

iv) Aplicando a condição inicial  ${}_0p_x^{d_3d_3} = 1$ , tem-se que

$${}_t p_x^{d_3d_3} = {}_t p_x^{d_3d_3} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_3} \cdot du} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_3f} \cdot du}$$

### III.5.2. Probabilidades de transição

#### III.5.2.1. Do estado de dependência de grau III

a) Para o estado de falecimento  ${}_t p_x^{d_3f}$

Admitindo as condições iniciais  ${}_0p_x^{d_3f} = 0$  e  ${}_0p_x^{d_3d_3} = 1$ , a probabilidade de transição para o estado de falecido, sendo a pessoa segura dependente em terceiro grau, é da seguinte forma:

$${}_t p_x^{d_3f} = 1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_3f} \cdot du}$$

Demonstração:

$$\frac{d}{dt}({}_t p_x^{d_3d_3}) + \frac{d}{dt}({}_t p_x^{d_3f}) = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dt}({}_t p_x^{d_3d_3} + {}_t p_x^{d_3f}) = 0 \Leftrightarrow d({}_t p_x^{d_3d_3} + {}_t p_x^{d_3f}) = 0$$

$$\Leftrightarrow d({}_t p_x^{d_3d_3}) + d({}_t p_x^{d_3f}) = 0 \Leftrightarrow d({}_t p_x^{d_3f}) = -d({}_t p_x^{d_3d_3}) \Leftrightarrow \int_0^t d({}_u p_x^{d_3f}) = -\int_0^t d({}_u p_x^{d_3d_3})$$

$$\Leftrightarrow {}_t p_x^{d_3f} - {}_0 p_x^{d_3f} = -({}_t p_x^{d_3d_3} - {}_0 p_x^{d_3d_3}) \Leftrightarrow {}_t p_x^{d_3f} = -{}_t p_x^{d_3d_3} + 1 \Leftrightarrow {}_t p_x^{d_3f} = 1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_3f} \cdot du} \quad \text{c.q.d.}$$

### III.5.2.2. Do estado de dependência de grau II

a) Para o estado de dependência de grau III  ${}_tP_x^{d_2d_3}$

$${}_tP_x^{d_2d_3} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_2f} \cdot du} (1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_2d_3} \cdot du})$$

Demonstração:

$$\frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_2d_2}) + \frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_2d_3}) = -{}_tP_x^{d_2d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2d_3} - {}_tP_x^{d_2d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2f} + {}_tP_x^{d_2d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2d_3} - {}_tP_x^{d_2d_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_3f}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_2d_2} + {}_tP_x^{d_2d_3}) = -{}_tP_x^{d_2d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2f} - {}_tP_x^{d_2d_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_3f}$$

$$\Leftrightarrow d({}_tP_x^{d_2d_2} + {}_tP_x^{d_2d_3}) = -({}_tP_x^{d_2d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2f} + {}_tP_x^{d_2d_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_3f}) \cdot dt$$

Se considerarmos que as intensidades de falecimento são as mesmas, ou seja, se  $\mu_{x+t}^{d_2f} = \mu_{x+t}^{d_3f}$ , tem-se que

$$d({}_tP_x^{d_2d_2} + {}_tP_x^{d_2d_3}) = -({}_tP_x^{d_2d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2f} + {}_tP_x^{d_2d_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_2f}) \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow d({}_tP_x^{d_2d_2} + {}_tP_x^{d_2d_3}) = -({}_tP_x^{d_2d_2} + {}_tP_x^{d_2d_3}) \cdot \mu_{x+t}^{d_2f} \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow \frac{d({}_tP_x^{d_2d_2} + {}_tP_x^{d_2d_3})}{({}_tP_x^{d_2d_2} + {}_tP_x^{d_2d_3})} = -\mu_{x+t}^{d_2f} \cdot dt \Leftrightarrow d \ln({}_tP_x^{d_2d_2} + {}_tP_x^{d_2d_3}) = -\mu_{x+t}^{d_2f} \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow \int_0^t d \ln({}_tP_x^{d_2d_2} + {}_tP_x^{d_2d_3}) = -\int_0^t \mu_{x+u}^{d_2f} \cdot du \Leftrightarrow \ln({}_tP_x^{d_2d_2} + {}_tP_x^{d_2d_3}) = -\int_0^t \mu_{x+u}^{d_2f} \cdot du$$

$$\Leftrightarrow {}_tP_x^{d_2d_2} + {}_tP_x^{d_2d_3} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_2f} \cdot du} \Leftrightarrow {}_tP_x^{d_2d_3} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_2f} \cdot du} - {}_tP_x^{d_2d_2}$$

$$\Leftrightarrow {}_tP_x^{d_2d_3} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_2f} \cdot du} - e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{d_2d_3} + \mu_{x+u}^{d_2f}) \cdot du} \Leftrightarrow {}_tP_x^{d_2d_3} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_2f} \cdot du} (1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_2d_3} \cdot du}) \quad \text{c.q.d.}$$

**b) Para o estado de falecimento  ${}_t p_x^{d_2f}$**

Admitindo as condições iniciais  ${}_0 p_x^{d_2f} = 0$  e  ${}_0 p_x^{d_2d_2} = 1$ , a probabilidade de transição para o estado de falecido, sendo a pessoa segura dependente em segundo grau, é da seguinte forma:

$${}_t p_x^{d_2f} = 1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_2f} \cdot du}$$

Demonstração:

$$\frac{d}{dt}({}_t p_x^{d_2d_2}) + \frac{d}{dt}({}_t p_x^{d_2d_3}) + \frac{d}{dt}({}_t p_x^{d_2f}) = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dt}({}_t p_x^{d_2d_2} + {}_t p_x^{d_2d_3} + {}_t p_x^{d_2f}) = 0$$

$$\Leftrightarrow d({}_t p_x^{d_2d_2} + {}_t p_x^{d_2d_3} + {}_t p_x^{d_2f}) = 0 \Leftrightarrow d({}_t p_x^{d_2d_2} + {}_t p_x^{d_2d_3}) + d({}_t p_x^{d_2f}) = 0$$

$$\Leftrightarrow d({}_t p_x^{d_2f}) = -d({}_t p_x^{d_2d_2} + {}_t p_x^{d_2d_3}) \Leftrightarrow \int_0^t d({}_u p_x^{d_2f}) = -\int_0^t d({}_u p_x^{d_2d_2} + {}_u p_x^{d_2d_3})$$

$$\Leftrightarrow {}_t p_x^{d_2f} - {}_0 p_x^{d_2f} = -({}_u p_x^{d_2d_2} + {}_u p_x^{d_2d_3}) + ({}_0 p_x^{d_2d_2} + {}_0 p_x^{d_2d_3})$$

$$\Leftrightarrow {}_t p_x^{d_2f} = -({}_u p_x^{d_2d_2} + {}_u p_x^{d_2d_3}) + 1 \Leftrightarrow {}_t p_x^{d_2f} = 1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_2f} \cdot du} \quad \text{c.q.d.}$$

**III.5.2.3. Do estado de dependência de grau I**

**a) Para o estado de dependência de grau II  ${}_t p_x^{d_1d_2}$**

$${}_t p_x^{d_1d_2} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{d_1d_3} + \mu_{x+u}^{d_1f}) \cdot du} \cdot (1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_1d_2} \cdot du})$$

Demonstração:

$$\frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_1d_1}) + \frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_1d_2}) = -{}_tP_x^{d_1d_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_3} - {}_tP_x^{d_1d_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1f} - {}_tP_x^{d_1d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2d_3} - {}_tP_x^{d_1d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2f}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}({}_tP_x^{d_1d_1} + {}_tP_x^{d_1d_2}) = -{}_tP_x^{d_1d_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_3} - {}_tP_x^{d_1d_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1f} - {}_tP_x^{d_1d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2d_3} - {}_tP_x^{d_1d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2f}$$

$$\Leftrightarrow d({}_tP_x^{d_1d_1} + {}_tP_x^{d_1d_2}) = -({}_tP_x^{d_1d_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_3} + {}_tP_x^{d_1d_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1f} + {}_tP_x^{d_1d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2d_3} + {}_tP_x^{d_1d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2f}) \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow d({}_tP_x^{d_1d_1} + {}_tP_x^{d_1d_2}) = -{}_tP_x^{d_1d_1} \cdot (\mu_{x+t}^{d_1d_3} + \mu_{x+t}^{d_1f}) \cdot dt + {}_tP_x^{d_1d_2} \cdot (\mu_{x+t}^{d_2d_3} + \mu_{x+t}^{d_2f}) \cdot dt$$

Se considerarmos que as intensidades de falecimento são as mesmas, bem como as intensidades de interdependência entre si, ou seja, se  $\mu_{x+t}^{d_1f} = \mu_{x+t}^{d_2f}$  e  $\mu_{x+t}^{d_1d_3} = \mu_{x+t}^{d_2d_3}$  tem-se que

$$d({}_tP_x^{d_1d_1} + {}_tP_x^{d_1d_2}) = -{}_tP_x^{d_1d_1} \cdot (\mu_{x+t}^{d_1d_3} + \mu_{x+t}^{d_1f}) \cdot dt + {}_tP_x^{d_1d_2} \cdot (\mu_{x+t}^{d_1d_3} + \mu_{x+t}^{d_1f}) \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow d({}_tP_x^{d_1d_1} + {}_tP_x^{d_1d_2}) = -({}_tP_x^{d_1d_1} + {}_tP_x^{d_1d_2}) \cdot (\mu_{x+t}^{d_1d_3} + \mu_{x+t}^{d_1f}) \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow \frac{d({}_tP_x^{d_1d_1} + {}_tP_x^{d_1d_2})}{({}_tP_x^{d_1d_1} + {}_tP_x^{d_1d_2})} = -(\mu_{x+t}^{d_1d_3} + \mu_{x+t}^{d_1f}) \cdot dt \Leftrightarrow d(\ln({}_tP_x^{d_1d_1} + {}_tP_x^{d_1d_2})) = -(\mu_{x+t}^{d_1d_3} + \mu_{x+t}^{d_1f}) \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow \int_0^t d \ln({}_uP_x^{d_1d_1} + {}_uP_x^{d_1d_2}) = -\int_0^t (\mu_{x+u}^{d_1d_3} + \mu_{x+u}^{d_1f}) \cdot du$$

$$\Leftrightarrow \ln({}_uP_x^{d_1d_1} + {}_uP_x^{d_1d_2}) = -\int_0^t (\mu_{x+u}^{d_1d_3} + \mu_{x+u}^{d_1f}) \cdot du \Leftrightarrow {}_tP_x^{d_1d_1} + {}_tP_x^{d_1d_2} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{d_1d_3} + \mu_{x+u}^{d_1f}) \cdot du}$$

$$\Leftrightarrow {}_tP_x^{d_1d_2} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{d_1d_3} + \mu_{x+u}^{d_1f}) \cdot du} - {}_tP_x^{d_1d_1} \Leftrightarrow {}_tP_x^{d_1d_2} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{d_1d_3} + \mu_{x+u}^{d_1f}) \cdot du} - e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{d_1d_3} + \mu_{x+u}^{d_1f}) \cdot du}$$

$$\Leftrightarrow {}_tP_x^{d_1d_2} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{d_1d_3} + \mu_{x+u}^{d_1f}) \cdot du} \cdot (1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_1d_2} \cdot du}) \quad \text{c.q.d.}$$

b) Para o estado de dependência de grau III  ${}_t p_x^{d_1 d_3}$

$${}_t p_x^{d_1 d_3} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_1 f} \cdot du} \left( 1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_1 d_3} \cdot du} \right)$$

Demonstração:

$$\frac{d}{dt}({}_t p_x^{d_1 d_1}) + \frac{d}{dt}({}_t p_x^{d_1 d_2}) + \frac{d}{dt}({}_t p_x^{d_1 d_3}) = -{}_t p_x^{d_1 d_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1 f} - {}_t p_x^{d_1 d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2 f} - {}_t p_x^{d_1 d_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_3 f}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}({}_t p_x^{d_1 d_1} + {}_t p_x^{d_1 d_2} + {}_t p_x^{d_1 d_3}) = -{}_t p_x^{d_1 d_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1 f} - {}_t p_x^{d_1 d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2 f} - {}_t p_x^{d_1 d_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_3 f}$$

$$\Leftrightarrow d({}_t p_x^{d_1 d_1} + {}_t p_x^{d_1 d_2} + {}_t p_x^{d_1 d_3}) = -({}_t p_x^{d_1 d_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1 f} + {}_t p_x^{d_1 d_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2 f} + {}_t p_x^{d_1 d_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_3 f}) \cdot dt$$

Se considerarmos que as intensidades de falecimento são as mesmas, ou seja, se

$\mu_{x+t}^{d_1 f} = \mu_{x+t}^{d_2 f} = \mu_{x+t}^{d_3 f}$  tem-se que

$$d({}_t p_x^{d_1 d_1} + {}_t p_x^{d_1 d_2} + {}_t p_x^{d_1 d_3}) = -({}_t p_x^{d_1 d_1} + {}_t p_x^{d_1 d_2} + {}_t p_x^{d_1 d_3}) \cdot \mu_{x+t}^{d_1 f} \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow \frac{d({}_t p_x^{d_1 d_1} + {}_t p_x^{d_1 d_2} + {}_t p_x^{d_1 d_3})}{({}_t p_x^{d_1 d_1} + {}_t p_x^{d_1 d_2} + {}_t p_x^{d_1 d_3})} = -\mu_{x+t}^{d_1 f} \cdot dt \Leftrightarrow d(\ln({}_t p_x^{d_1 d_1} + {}_t p_x^{d_1 d_2} + {}_t p_x^{d_1 d_3})) = -\mu_{x+t}^{d_1 f} \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow \int_0^t d(\ln({}_u p_x^{d_1 d_1} + {}_u p_x^{d_1 d_2} + {}_u p_x^{d_1 d_3})) = -\int_0^t \mu_{x+u}^{d_1 f} \cdot du$$

$$\Leftrightarrow \ln({}_t p_x^{d_1 d_1} + {}_t p_x^{d_1 d_2} + {}_t p_x^{d_1 d_3}) = -\int_0^t \mu_{x+u}^{d_1 f} \cdot du \Leftrightarrow {}_t p_x^{d_1 d_1} + {}_t p_x^{d_1 d_2} + {}_t p_x^{d_1 d_3} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_1 f} \cdot du}$$

$$\Leftrightarrow {}_t p_x^{d_1 d_3} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_1 f} \cdot du} - {}_t p_x^{d_1 d_1} - {}_t p_x^{d_1 d_2} \Leftrightarrow {}_t p_x^{d_1 d_3} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_1 f} \cdot du} - e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{d_1 d_3} + \mu_{x+u}^{d_1 f}) \cdot du}$$

$$\Leftrightarrow {}_t p_x^{d_1 d_3} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_1 f} \cdot du} \left( 1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_1 d_3} \cdot du} \right) \quad \text{c.q.d.}$$



**c) Para o estado de falecimento  ${}_t p_x^{d_{1f}}$**

Admitindo as condições iniciais  ${}_0 p_x^{d_{1f}} = 0$  e  ${}_0 p_x^{d_{1d_1}} = 1$ , a probabilidade de transição para o estado de falecido, sendo a pessoa segura autónoma,  ${}_t p_x^{d_{1f}}$  obtém-se da seguinte forma:

$${}_t p_x^{d_{1f}} = 1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_{1f}} \cdot du}$$

Demonstração:

$$\frac{d}{dx}({}_t p_x^{d_{1d_1}}) + \frac{d}{dx}({}_t p_x^{d_{1d_2}}) + \frac{d}{dx}({}_t p_x^{d_{1d_3}}) + \frac{d}{dx}({}_t p_x^{d_{1f}}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dx}({}_t p_x^{d_{1d_1}} + {}_t p_x^{d_{1d_2}} + {}_t p_x^{d_{1d_3}} + {}_t p_x^{d_{1f}}) = 0 \Leftrightarrow d({}_t p_x^{d_{1d_1}} + {}_t p_x^{d_{1d_2}} + {}_t p_x^{d_{1d_3}} + {}_t p_x^{d_{1f}}) = 0$$

$$\Leftrightarrow d({}_t p_x^{d_{1d_1}} + {}_t p_x^{d_{1d_2}} + {}_t p_x^{d_{1d_3}}) + d({}_t p_x^{d_{1f}}) = 0 \Leftrightarrow d({}_t p_x^{d_{1f}}) = -d({}_t p_x^{d_{1d_1}} + {}_t p_x^{d_{1d_2}} + {}_t p_x^{d_{1d_3}})$$

$$\Leftrightarrow \int_0^t d({}_u p_x^{d_{1f}}) = -\int_0^t d({}_u p_x^{d_{1d_1}} + {}_u p_x^{d_{1d_2}} + {}_u p_x^{d_{1d_3}})$$

$$\Leftrightarrow {}_t p_x^{d_{1f}} - {}_0 p_x^{d_{1f}} = -({}_t p_x^{d_{1d_1}} + {}_t p_x^{d_{1d_2}} + {}_t p_x^{d_{1d_3}}) + ({}_0 p_x^{d_{1d_1}} + {}_0 p_x^{d_{1d_2}} + {}_0 p_x^{d_{1d_3}})$$

$$\Leftrightarrow {}_t p_x^{d_{1f}} = -({}_t p_x^{d_{1d_1}} + {}_t p_x^{d_{1d_2}} + {}_t p_x^{d_{1d_3}}) + 1 \Leftrightarrow {}_t p_x^{d_{1f}} = 1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{d_{1f}} \cdot du} \quad \text{c.q.d.}$$

### III.5.2.3. Do estado de autónomo

**a) Para o estado de dependência de grau I  ${}_t p_x^{ad_1}$**

$${}_t p_x^{ad_1} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_2} + \mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du} (1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{ad_1} \cdot du})$$

Demonstração:

$$\frac{d}{dt}({}_tP_x^{aa}) + \frac{d}{dt}({}_tP_x^{ad_1}) = -{}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{ad_2} - {}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{ad_3} - {}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{af} - {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_2} - {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_3} - {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1f}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1}) = -({}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{ad_2} + {}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{ad_3} + {}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{af} + {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_2} + {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_3} + {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1f})$$

$$\Leftrightarrow d({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1}) = -({}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{ad_2} + {}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{ad_3} + {}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{af} + {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_2} + {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_3} + {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1f}) \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow d({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1}) = -{}_tP_x^{aa} \cdot (\mu_{x+t}^{ad_2} + \mu_{x+t}^{ad_3} + \mu_{x+t}^{af}) \cdot dt - {}_tP_x^{ad_1} \cdot (\mu_{x+t}^{d_1d_2} + \mu_{x+t}^{d_1d_3} + \mu_{x+t}^{d_1f}) \cdot dt$$

Se considerarmos que as seguintes igualdades  $\mu_{x+t}^{ad_2} = \mu_{x+t}^{d_1d_2}$ ,  $\mu_{x+t}^{ad_3} = \mu_{x+t}^{d_1d_3}$  e  $\mu_{x+t}^{af} = \mu_{x+t}^{d_1f}$  tem-se que

$$d({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1}) = -{}_tP_x^{aa} \cdot (\mu_{x+t}^{ad_2} + \mu_{x+t}^{ad_3} + \mu_{x+t}^{af}) \cdot dt - {}_tP_x^{ad_1} \cdot (\mu_{x+t}^{ad_2} + \mu_{x+t}^{ad_3} + \mu_{x+t}^{af}) \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow d({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1}) = -({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1}) \cdot (\mu_{x+t}^{ad_2} + \mu_{x+t}^{ad_3} + \mu_{x+t}^{af}) \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow \frac{d({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1})}{{}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1}} = -(\mu_{x+t}^{ad_2} + \mu_{x+t}^{ad_3} + \mu_{x+t}^{af}) \cdot dt \Leftrightarrow d \ln({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1}) = -(\mu_{x+t}^{ad_2} + \mu_{x+t}^{ad_3} + \mu_{x+t}^{af}) \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow \int_0^t d \ln({}_uP_x^{aa} + {}_uP_x^{ad_1}) = -\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_2} + \mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du$$

$$\Leftrightarrow \ln({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1}) = -\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_2} + \mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du \Leftrightarrow {}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_2} + \mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du}$$

$$\Leftrightarrow {}_tP_x^{ad_1} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_2} + \mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du} - {}_tP_x^{aa} \Leftrightarrow {}_tP_x^{ad_1} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_2} + \mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du} - e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_1} + \mu_{x+u}^{ad_2} + \mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du}$$

$$\Leftrightarrow {}_tP_x^{ad_1} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_2} + \mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du} (1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{ad_1} \cdot du}) \quad \text{c.q.d.}$$

**b) Para o estado de dependência de grau II  ${}_tP_x^{ad_2}$**

$${}_tP_x^{ad_2} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du} (1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{ad_2} \cdot du})$$

Demonstração:

$$\frac{d}{dt}({}_tP_x^{aa}) + \frac{d}{dt}({}_tP_x^{ad_1}) + \frac{d}{dt}({}_tP_x^{ad_2}) = -{}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{ad_3} - {}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{af} - {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_3} - {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1f} - {}_tP_x^{ad_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2d_3} - {}_tP_x^{ad_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2f}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} + {}_tP_x^{ad_2}) = -({}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{ad_3} + {}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{af} + {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_3} + {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1f} + {}_tP_x^{ad_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2d_3} + {}_tP_x^{ad_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2f})$$

$$\Leftrightarrow d({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} + {}_tP_x^{ad_2}) = -({}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{ad_3} + {}_tP_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{af} + {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1d_3} + {}_tP_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1f} + {}_tP_x^{ad_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2d_3} + {}_tP_x^{ad_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2f}) \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow d({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} + {}_tP_x^{ad_2}) = -{}_tP_x^{aa} \cdot (\mu_{x+t}^{ad_3} + \mu_{x+t}^{af}) \cdot dt - {}_tP_x^{ad_1} \cdot (\mu_{x+t}^{d_1d_3} + \mu_{x+t}^{d_1f}) \cdot dt - {}_tP_x^{ad_2} \cdot (\mu_{x+t}^{d_2d_3} + \mu_{x+t}^{d_2f}) \cdot dt$$

Se considerarmos que se verificam as seguintes igualdades  $\mu_{x+t}^{ad_3} = \mu_{x+t}^{d_1d_3} = \mu_{x+t}^{d_2d_3}$  e  $\mu_{x+t}^{af} = \mu_{x+t}^{d_1f} = \mu_{x+t}^{d_2f}$  tem-se que

$$d({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} + {}_tP_x^{ad_2}) = -{}_tP_x^{aa} \cdot (\mu_{x+t}^{ad_3} + \mu_{x+t}^{af}) \cdot dt - {}_tP_x^{ad_1} \cdot (\mu_{x+t}^{ad_3} + \mu_{x+t}^{af}) \cdot dt - {}_tP_x^{ad_2} \cdot (\mu_{x+t}^{ad_3} + \mu_{x+t}^{af}) \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow d({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} + {}_tP_x^{ad_2}) = -({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} + {}_tP_x^{ad_2}) \cdot (\mu_{x+t}^{ad_3} + \mu_{x+t}^{af}) \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow \frac{d({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} + {}_tP_x^{ad_2})}{({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} + {}_tP_x^{ad_2})} = -(\mu_{x+t}^{ad_3} + \mu_{x+t}^{af}) \cdot dt \Leftrightarrow d \ln({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} + {}_tP_x^{ad_2}) = -(\mu_{x+t}^{ad_3} + \mu_{x+t}^{af}) \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow \int_0^t d \ln({}_uP_x^{aa} + {}_uP_x^{ad_1} + {}_uP_x^{ad_2}) = -\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du$$

$$\Leftrightarrow \ln({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} + {}_tP_x^{ad_2}) = -\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du \Leftrightarrow {}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} + {}_tP_x^{ad_2} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du}$$

$$\Leftrightarrow {}_tP_x^{ad_2} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du} - {}_tP_x^{aa} - {}_tP_x^{ad_1} \Leftrightarrow {}_tP_x^{ad_2} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du} - e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_2} + \mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du}$$

$$\Leftrightarrow {}_tP_x^{ad_2} = e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du} (1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{ad_2} \cdot du}) \quad \text{c.q.d.}$$

c) Para o estado de dependência de grau III  ${}_t p_x^{ad_3}$

$${}_t p_x^{ad_3} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{af} \cdot du} \left( 1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{ad_3} \cdot du} \right)$$

Demonstração:

$$\frac{d}{dt}({}_t p_x^{aa}) + \frac{d}{dt}({}_t p_x^{ad_1}) + \frac{d}{dt}({}_t p_x^{ad_2}) + \frac{d}{dt}({}_t p_x^{ad_3}) = -{}_t p_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{af} - {}_t p_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1f} - {}_t p_x^{ad_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2f} - {}_t p_x^{ad_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_3f}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}({}_t p_x^{aa} + {}_t p_x^{ad_1} + {}_t p_x^{ad_2} + {}_t p_x^{ad_3}) = -({}_t p_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{af} + {}_t p_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1f} + {}_t p_x^{ad_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2f} + {}_t p_x^{ad_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_3f})$$

$$\Leftrightarrow d({}_t p_x^{aa} + {}_t p_x^{ad_1} + {}_t p_x^{ad_2} + {}_t p_x^{ad_3}) = -({}_t p_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{af} + {}_t p_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{d_1f} + {}_t p_x^{ad_2} \cdot \mu_{x+t}^{d_2f} + {}_t p_x^{ad_3} \cdot \mu_{x+t}^{d_3f}) \cdot dt$$

Se considerarmos que as probabilidades de falecimento iguais qualquer que seja o estado em que o segurado se encontra, ou seja, se verificarmos as seguintes igualdades  $\mu_{x+t}^{af} = \mu_{x+t}^{d_1f} = \mu_{x+t}^{d_2f} = \mu_{x+t}^{d_3f}$  tem-se que

$$d({}_t p_x^{aa} + {}_t p_x^{ad_1} + {}_t p_x^{ad_2} + {}_t p_x^{ad_3}) = -({}_t p_x^{aa} \cdot \mu_{x+t}^{af} + {}_t p_x^{ad_1} \cdot \mu_{x+t}^{af} + {}_t p_x^{ad_2} \cdot \mu_{x+t}^{af} + {}_t p_x^{ad_3} \cdot \mu_{x+t}^{af}) \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow d({}_t p_x^{aa} + {}_t p_x^{ad_1} + {}_t p_x^{ad_2} + {}_t p_x^{ad_3}) = -({}_t p_x^{aa} + {}_t p_x^{ad_1} + {}_t p_x^{ad_2} + {}_t p_x^{ad_3}) \cdot \mu_{x+t}^{af} \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow \frac{d({}_t p_x^{aa} + {}_t p_x^{ad_1} + {}_t p_x^{ad_2} + {}_t p_x^{ad_3})}{({}_t p_x^{aa} + {}_t p_x^{ad_1} + {}_t p_x^{ad_2} + {}_t p_x^{ad_3})} = -\mu_{x+t}^{af} \cdot dt \Leftrightarrow d \ln({}_t p_x^{aa} + {}_t p_x^{ad_1} + {}_t p_x^{ad_2} + {}_t p_x^{ad_3}) = -\mu_{x+t}^{af} \cdot dt$$

$$\Leftrightarrow \int_0^t d \ln({}_u p_x^{aa} + {}_u p_x^{ad_1} + {}_u p_x^{ad_2} + {}_u p_x^{ad_3}) = -\int_0^t \mu_{x+u}^{af} \cdot du$$

$$\Leftrightarrow \ln({}_t p_x^{aa} + {}_t p_x^{ad_1} + {}_t p_x^{ad_2} + {}_t p_x^{ad_3}) = -\int_0^t \mu_{x+u}^{af} \cdot du \Leftrightarrow {}_t p_x^{aa} + {}_t p_x^{ad_1} + {}_t p_x^{ad_2} + {}_t p_x^{ad_3} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{af} \cdot du}$$

$$\Leftrightarrow {}_t p_x^{ad_3} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{af} \cdot du} - {}_t p_x^{aa} - {}_t p_x^{ad_1} - {}_t p_x^{ad_2} \Leftrightarrow {}_t p_x^{ad_3} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{af} \cdot du} - e^{-\int_0^t (\mu_{x+u}^{ad_3} + \mu_{x+u}^{af}) \cdot du}$$

$$\Leftrightarrow {}_t p_x^{ad_3} = e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{af} \cdot du} \left( 1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{ad_3} \cdot du} \right) \quad \text{c.q.d.}$$

**d) Para o estado de falecimento**  ${}_tP_x^{af}$

Admitindo as condições iniciais  ${}_0P_x^{af} = 0$  e  ${}_0P_x^{aa} = 1$ , a probabilidade de transição para o estado de falecido, sendo a pessoa segura autónoma,  ${}_tP_x^{af}$  obtém-se da seguinte forma:

$${}_tP_x^{af} = 1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{af} \cdot du}$$

Demonstração:

$$\frac{d}{dx}({}_tP_x^{aa}) + \frac{d}{dx}({}_tP_x^{ad_1}) + \frac{d}{dx}({}_tP_x^{ad_2}) + \frac{d}{dx}({}_tP_x^{ad_3}) + \frac{d}{dx}({}_tP_x^{af}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dx}({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} + {}_tP_x^{ad_2} + {}_tP_x^{ad_3} + {}_tP_x^{af}) = 0 \Leftrightarrow d({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} + {}_tP_x^{ad_2} + {}_tP_x^{ad_3} + {}_tP_x^{af}) = 0$$

$$\Leftrightarrow d({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} + {}_tP_x^{ad_2} + {}_tP_x^{ad_3}) + d({}_tP_x^{af}) = 0 \Leftrightarrow d({}_tP_x^{af}) = -d({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} + {}_tP_x^{ad_2} + {}_tP_x^{ad_3})$$

$$\Leftrightarrow \int_0^t d({}_uP_x^{af}) = -\int_0^t d({}_uP_x^{aa} + {}_uP_x^{ad_1} + {}_uP_x^{ad_2} + {}_uP_x^{ad_3})$$

$$\Leftrightarrow {}_tP_x^{af} - {}_0P_x^{af} = -({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} + {}_tP_x^{ad_2} + {}_tP_x^{ad_3}) + ({}_0P_x^{aa} + {}_0P_x^{ad_1} + {}_0P_x^{ad_2} + {}_0P_x^{ad_3})$$

$$\Leftrightarrow {}_tP_x^{af} = -({}_tP_x^{aa} + {}_tP_x^{ad_1} + {}_tP_x^{ad_2} + {}_tP_x^{ad_3}) + 1 \Leftrightarrow {}_tP_x^{af} = 1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+u}^{af} \cdot du} \quad \text{c.q.d.}$$

### III.6. AVALIAÇÃO FINANCEIRO-ACTUARIAL

Iremos agora avaliar financeiro-actuarialmente, através da ajuda de métodos actuarias dos seguros de vida, a operação de seguro de dependência descrita na introdução deste capítulo, tendo em conta todo o desenvolvimento anteriormente exposto.

Para tal adoptaremos uma estrutura financeira determinista, assumindo um modelo exponencial de juro composto, caracterizado por uma taxa de juro instantânea  $\delta$ . Sendo

assim, iremos considerar o factor financeiro de desconto para um período de  $t$  anos da seguinte forma:

$$v^t = e^{-\delta \cdot t}$$

Vamos ainda assumir que no início da cobertura do risco o segurado tem idade  $x$ , sendo  $x \leq 65$ , e que se encontra no estado de autónomo, ou seja,  $S(t) = a$ .

### III.6.1. Avaliação actuarial das rendas

O seguro de dependência proposto garante, após os 65 anos do segurado, o pagamento de uma renda contínua constante vitalícia  $R$  a partir do momento em que este se encontra em situação de dependência, qualquer que seja o seu grau.

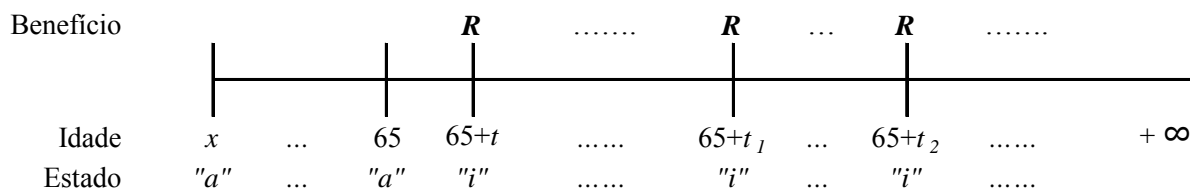
Assim, o valor actuarial, à idade  $x$ , de uma renda paga após os 65 anos nestas circunstâncias é a seguinte:

$$VA_x(B^R) = R \cdot (\overset{-ad_1}{a_{65}} + \overset{-ad_2}{a_{65}} + \overset{-ad_3}{a_{65}}) \cdot {}_{65-x}P_x^{aa} \cdot v^{65-x}$$

#### Demonstração:

Suponhamos um segurado, com mais de 65 anos, que se encontra em estado de dependência  $i$  no momento  $t$ ,  $t \geq 0$ , ao qual nesta situação é garantido o pagamento de uma renda contínua constante  $R$ . Assumimos ainda que o segurado à idade de 65 anos se encontrava no estado de autónomo "a".

Consideremos o seguinte esquema:



**Fig. III.1.** Esquema do plano de pagamento vitalício de uma renda contínua constante  $R$  em caso de dependência do segurado, após os 65 anos.

De acordo com o demonstrado por **Haberman e Pitacco (1999)**, podemos considerar o valor actual esperado à idade  $x$ , encontrando-se o segurado no estado  $i$ , de uma renda unitária paga enquanto o segurado estiver no estado  $j$ , durante o período de tempo  $[t, n[$ , por

$$\bar{a}_{x:n}^{-ij} = \int_t^n {}_t p_x^{ij} \cdot v^u \cdot du$$

Generalizando, podemos definir o valor actual esperado à idade  $x$ , encontrando-se o segurado no estado  $i$ , de uma renda unitária paga enquanto o segurado estiver no estado  $j$ , durante o período de tempo  $[t, +\infty[$ , por

$$\bar{a}_x^{-ij} = \int_t^{+\infty} {}_t p_x^{ij} \cdot v^u \cdot du$$

Assim sendo, para o exemplo considerado tem-se que o valor actual esperado à idade de 65 anos, encontrando-se inicialmente o segurado no estado "a", de uma renda contínua constante vitalícia  $R$  paga a partir do momento em que o segurado entre em situação de dependência, qualquer que seja o seu grau, é dado pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} VA_{65}(B^R) &= \int_0^{+\infty} R \cdot {}_t p_{65}^{ad_1} \cdot v^t \cdot dt + \int_0^{+\infty} R \cdot {}_t p_{65}^{ad_2} \cdot v^t \cdot dt + \int_0^{+\infty} R \cdot {}_t p_{65}^{ad_3} \cdot v^t \cdot dt \\ &= R \cdot \int_0^{+\infty} {}_t p_{65}^{ad_1} \cdot v^t \cdot dt + \int_0^{+\infty} {}_t p_{65}^{ad_2} \cdot v^t \cdot dt + \int_0^{+\infty} {}_t p_{65}^{ad_3} \cdot v^t \cdot dt \\ &= R \cdot (\bar{a}_{65}^{-ad_1} + \bar{a}_{65}^{-ad_2} + \bar{a}_{65}^{-ad_3}) \end{aligned}$$

Logo, considerando-se que o segurado permanece no estado "a" desde a idade  $x$  até à idade de 65 anos, o valor actual esperado à idade  $x$  de uma renda contínua constante vitalícia  $R$  paga a partir do momento em que o segurado entre em situação de dependência, qualquer que seja o seu grau, é dado pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} VA_x(B^R) &= \left( \int_0^{+\infty} R \cdot {}_t p_{65}^{ad_1} \cdot v^t \cdot dt + \int_0^{+\infty} R \cdot {}_t p_{65}^{ad_2} \cdot v^t \cdot dt + \int_0^{+\infty} R \cdot {}_t p_{65}^{ad_3} \cdot v^t \cdot dt \right) \cdot {}_{65-x} p_x^{aa} \cdot v^{65-x} \\ &= R \cdot \left( \int_0^{+\infty} {}_t p_{65}^{ad_1} \cdot v^t \cdot dt + \int_0^{+\infty} {}_t p_{65}^{ad_2} \cdot v^t \cdot dt + \int_0^{+\infty} {}_t p_{65}^{ad_3} \cdot v^t \cdot dt \right) \cdot {}_{65-x} p_x^{aa} \cdot v^{65-x} \\ &= R \cdot (\bar{a}_{65}^{-ad_1} + \bar{a}_{65}^{-ad_2} + \bar{a}_{65}^{-ad_3}) \cdot {}_{65-x} p_x^{aa} \cdot v^{65-x} \quad \text{c.q.d.} \end{aligned}$$

### III.6.2. Avaliação actuarial dos seguros

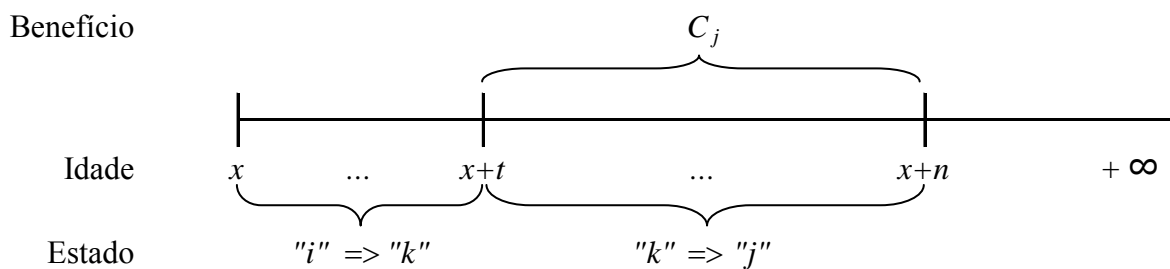
O seguro de dependência descrito inicialmente garante à pessoa segura o pagamento de um capital seguro no momento imediatamente seguinte à transição para o estado de dependência, de acordo com a gravidade da mesma, ou seja, o capital  $C^{d_2}$  é garantido caso a pessoa segura se torne gravemente dependente, assim como o capital  $C^{d_3}$  é garantido caso a pessoa segura se torne severamente dependente e o capital  $C^f$  é garantido em caso de falecimento da pessoa segura após os 65 anos. Neste caso, o valor actual esperado à idade  $x$  nestas circunstâncias é o seguinte:

$$VA_x(B^C) = \left[ C^{d_2} \cdot (\bar{A}_{65}^{aad_2} + \bar{A}_{65}^{ad_1d_2}) + C^{d_3} \cdot (\bar{A}_{65}^{aad_3} + \bar{A}_{65}^{ad_1d_3} + \bar{A}_{65}^{ad_2d_3}) + C^f \cdot (\bar{A}_{65}^{aaf} + \bar{A}_{65}^{ad_1f} + \bar{A}_{65}^{ad_2f} + \bar{A}_{65}^{ad_3f}) \right] \cdot {}_{65-x}p_x^{aa} \cdot v^{65-x}$$

Demonstração:

Consideremos um capital seguro  $C^j$  pago exactamente no momento após a transição do estado  $k$  para o estado  $j$  no intervalo de tempo  $[t, n[$ ,  $t \geq 0$ .

Supondo que, à idade  $x$ , o risco se encontra no estado inicial  $i$ , podemos esquematizar a situação descrita da seguinte forma:



**Fig. III.2.** Plano de pagamento de um capital seguro  $C$  em caso de transição para um estado de dependência ou de falecimento.

Em particular, e segundo **Haberman e Pitacco (1999)**, o valor actual esperado à idade  $x$ , encontrando-se o segurado inicialmente no estado  $i$ , de um capital seguro unitário  $C^j=1$  pago no exacto momento após a transição do estado  $k$  para o estado  $j$  no intervalo de tempo  $[t, n[$  é dado por

$$\bar{A}_{x:n}^{ikj} = \int_t^n {}_u p_x^{ik} \cdot \mu_{x+u}^{kj} \cdot v^u \cdot du$$

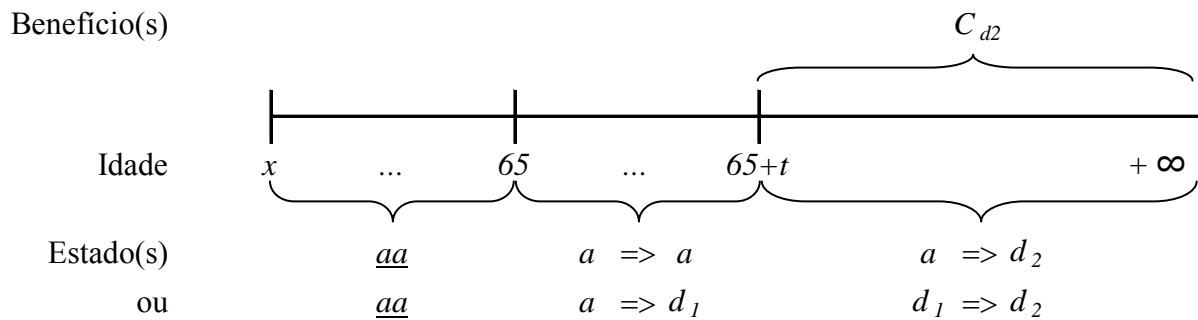


Generalizando, podemos definir o valor actual esperado à idade  $x$ , encontrando-se o segurado no estado  $i$ , de um seguro unitário pago no exacto momento após a transição do estado  $k$  para o estado  $j$  no intervalo de tempo  $[t, +\infty [$ , como

$$\bar{A}_x^{ikj} = \int_t^{+\infty} {}_u P_x^{ik} \cdot \mu_{x+u}^{kj} \cdot v^u \cdot du$$

Posto isto, consideremos a transição para o estado de dependência grave " $d_2$ ". Nesta situação é garantido o pagamento ao segurado de um capital seguro  $C^{d_2}$ .

Esta situação pode ser representada esquematicamente da seguinte forma:



**Fig. III.3.** Plano de pagamento de um capital seguro  $C$  em caso de transição para um estado de dependência de grau II.

Assim, o valor actual esperado aos 65 anos do segurado, encontrando-se este inicialmente no estado " $a$ ", de um capital seguro  $C^{d_2}$  pago no exacto momento após a transição para o estado " $d_2$ " no intervalo de tempo  $[t, +\infty [$  é dado pela seguinte expressão:

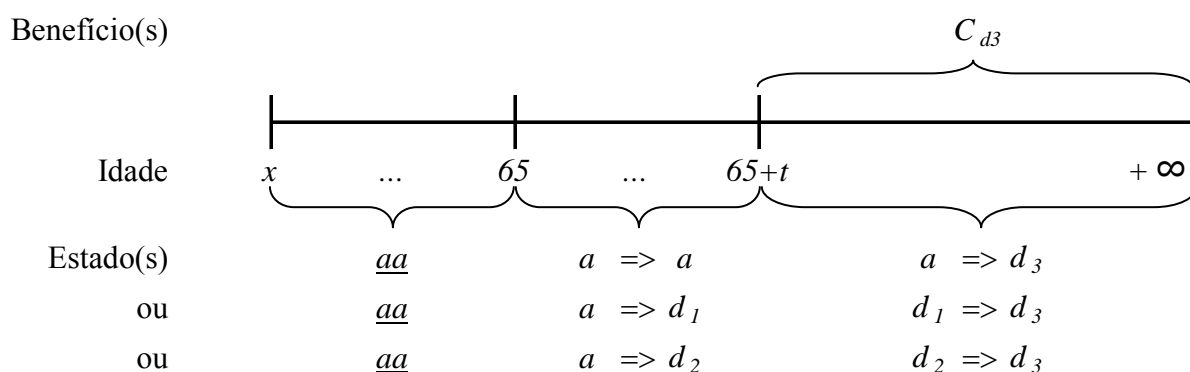
$$\begin{aligned} VA_{65}(B^{C^{d_2}}) &= \int_t^{+\infty} C^{d_2} \cdot {}_u P_{65}^{aa} \cdot \mu_{65+u}^{ad_2} \cdot v^u \cdot du + \int_t^{+\infty} C^{d_2} \cdot {}_u P_{65}^{ad_1} \cdot \mu_{65+u}^{d_1 d_2} \cdot v^u \cdot du \\ &= C^{d_2} \cdot \int_t^{+\infty} {}_u P_{65}^{aa} \cdot \mu_{65+u}^{ad_2} \cdot v^u \cdot du + C^{d_2} \cdot \int_t^{+\infty} {}_u P_{65}^{ad_1} \cdot \mu_{65+u}^{d_1 d_2} \cdot v^u \cdot du \\ &= C^{d_2} \cdot \left( \int_t^{+\infty} {}_u P_{65}^{aa} \cdot \mu_{65+u}^{ad_2} \cdot v^u \cdot du + \int_t^{+\infty} {}_u P_{65}^{ad_1} \cdot \mu_{65+u}^{d_1 d_2} \cdot v^u \cdot du \right) \\ &= C^{d_2} \cdot \left( \bar{A}_{65}^{aad_2} + \bar{A}_{65}^{ad_1 d_2} \right) \end{aligned}$$

Logo, o valor actual esperado à idade  $x$ , com  $x \leq 65$ , de um capital seguro  $C^{d_2}$  pago no exacto momento após a transição para o estado " $d_2$ " no intervalo de tempo  $[t, +\infty]$  [é dado pela seguinte expressão:

$$VA_x(B^{C^{d_2}}) = C^{d_2} \cdot (\bar{A}_{65}^{aad_2} + \bar{A}_{65}^{ad_1d_2}) \cdot {}_{65-x}p_x^{aa} \cdot v^{65-x}$$

Por outro lado, consideremos a transição para o estado de dependência grave " $d_3$ ". Nesta situação é garantido o pagamento ao segurado de um capital seguro  $C^{d_3}$ .

Esta situação pode ser representada esquematicamente da seguinte forma:



**Fig. III.4.** Plano de pagamento de um capital seguro C em caso de transição para um estado de dependência de grau III.

Assim, o valor actual esperado aos 65 anos do segurado, encontrando-se este inicialmente no estado " $a$ ", de um capital seguro  $C^{d_3}$  pago no exacto momento após a transição para o estado " $d_3$ " no intervalo de tempo  $[t, +\infty]$  [é dado pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} VA_{65}(B^{C^{d_3}}) &= \int_t^{+\infty} C^{d_3} \cdot {}_u p_{65}^{aa} \cdot \mu_{65+u}^{ad_3} \cdot v^u \cdot du + \int_t^{+\infty} C^{d_3} \cdot {}_u p_{65}^{ad_1} \cdot \mu_{65+u}^{d_1d_3} \cdot v^u \cdot du + \int_t^{+\infty} C^{d_3} \cdot {}_u p_{65}^{ad_2} \cdot \mu_{65+u}^{d_2,d_3} \cdot v^u \cdot du \\ &= C^{d_3} \cdot \int_t^{+\infty} {}_u p_{65}^{aa} \cdot \mu_{65+u}^{ad_3} \cdot v^u \cdot du + C^{d_3} \cdot \int_t^{+\infty} {}_u p_{65}^{ad_1} \cdot \mu_{65+u}^{d_1d_3} \cdot v^u \cdot du + C^{d_3} \cdot \int_t^{+\infty} {}_u p_{65}^{ad_2} \cdot \mu_{65+u}^{d_2,d_3} \cdot v^u \cdot du \\ &= C^{d_3} \cdot \left( \int_t^{+\infty} {}_u p_{65}^{aa} \cdot \mu_{65+u}^{ad_3} \cdot v^u \cdot du + \int_t^{+\infty} {}_u p_{65}^{ad_1} \cdot \mu_{65+u}^{d_1d_3} \cdot v^u \cdot du + \int_t^{+\infty} {}_u p_{65}^{ad_2} \cdot \mu_{65+u}^{d_2,d_3} \cdot v^u \cdot du \right) \end{aligned}$$

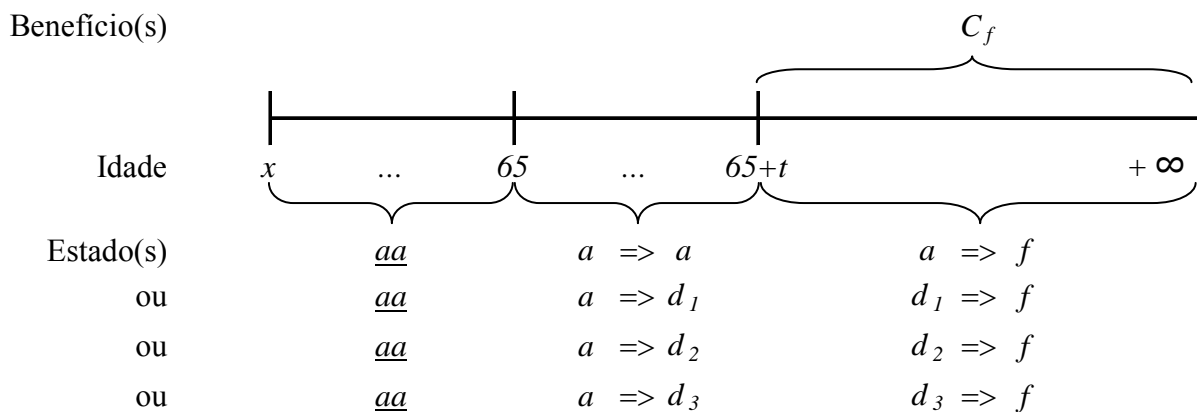
$$= C^{d_3} \cdot (\bar{A}_{65}^{aad_3} + \bar{A}_{65}^{ad_1d_3} + \bar{A}_{65}^{ad_2d_3})$$

Por fim, o valor actual esperado à idade  $x$ , com  $x \leq 65$ , de um capital seguro  $C^{d_3}$  pago no exacto momento após a transição para o estado " $d_3$ " no intervalo de tempo  $[t, +\infty$  [é dado pela seguinte expressão:

$$VA_x(B^{C^{d_3}}) = C^{d_3} \cdot (\bar{A}_{65}^{aad_3} + \bar{A}_{65}^{ad_1d_3} + \bar{A}_{65}^{ad_2d_3}) \cdot {}_{65-x}p_x^{aa} \cdot v^{65-x}$$

Consideremos agora a transição para o estado de falecimento " $f$ ". Nesta situação é garantido o pagamento ao segurado de um capital seguro  $C^f$  se a pessoa segura falecer.

Esta situação pode ser representada esquematicamente da seguinte forma:



**Fig. III.5.** Plano de pagamento de um capital seguro  $C$  em caso de transição para um estado de falecimento.

Assim, o valor actual esperado aos 65 anos do segurado, encontrando-se este inicialmente no estado " $a$ ", de um capital seguro  $C^f$  pago no exacto momento após a transição para o estado " $f$ " no intervalo de tempo  $[t, +\infty$  [é dado pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
 &VA_{65}(B^{C^f}) \\
 &= \int_t^{+\infty} C_f \cdot {}_uP_{65}^{aa} \cdot \mu_{65+u}^{af} \cdot v^u \cdot du + \int_t^{+\infty} C_f \cdot {}_uP_{65}^{ad_1} \cdot \mu_{65+u}^{d_1f} \cdot v^u \cdot du + \int_t^{+\infty} C_f \cdot {}_uP_{65}^{ad_2} \cdot \mu_{65+u}^{d_2vf} \cdot v^u \cdot du + \int_t^{+\infty} C_f \cdot {}_uP_{65}^{ad_3} \cdot \mu_{65+u}^{d_3vf} \cdot v^u \cdot du \\
 &= C_f \cdot \int_t^{+\infty} {}_uP_{65}^{aa} \cdot \mu_{65+u}^{af} \cdot v^u \cdot du + C_f \cdot \int_t^{+\infty} {}_uP_{65}^{ad_1} \cdot \mu_{65+u}^{d_1f} \cdot v^u \cdot du + C_f \cdot \int_t^{+\infty} {}_uP_{65}^{ad_2} \cdot \mu_{65+u}^{d_2vf} \cdot v^u \cdot du + C_f \cdot \int_t^{+\infty} {}_uP_{65}^{ad_3} \cdot \mu_{65+u}^{d_3vf} \cdot v^u \cdot du
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= C_f \cdot \left( \int_t^{+\infty} {}_u P_{65}^{aa} \cdot \mu_{65+u}^{af} \cdot v^u \cdot du + \int_t^{+\infty} {}_u P_{65}^{ad_1} \cdot \mu_{65+u}^{d_1 f} \cdot v^u \cdot du + \int_t^{+\infty} {}_u P_{65}^{ad_2} \cdot \mu_{65+u}^{d_2 v f} \cdot v^u \cdot du + \int_t^{+\infty} {}_u P_{65}^{ad_3} \cdot \mu_{65+u}^{d_3 v f} \cdot v^u \cdot du \right) \\
 &= C_f \cdot \left( \overline{A}_{65}^{aaf} + \overline{A}_{65}^{ad_1 f} + \overline{A}_{65}^{ad_2 f} + \overline{A}_{65}^{ad_3 f} \right)
 \end{aligned}$$

Logo, o valor actual esperado à idade  $x$ , com  $x \leq 65$ , de um capital seguro  $C^f$  em caso de morte pago no exacto momento após a transição para o estado "f" no intervalo de tempo  $[t, +\infty]$  [é dado pela seguinte expressão:

$$VA_x(B^{C^f}) = C_f \cdot \left( \overline{A}_{65}^{aaf} + \overline{A}_{65}^{ad_1 f} + \overline{A}_{65}^{ad_2 f} + \overline{A}_{65}^{ad_3 f} \right) \cdot {}_{65-x} P_x^{aa} \cdot v^{65-x}$$

Por fim, o valor actual esperado pretendido é dado pela expressão

$$VA_x(B^C) = \left[ C^{d_2} \cdot \left( \overline{A}_{65}^{aad_2} + \overline{A}_{65}^{ad_1 d_2} \right) + C^{d_3} \cdot \left( \overline{A}_{65}^{aad_3} + \overline{A}_{65}^{ad_1 d_3} + \overline{A}_{65}^{ad_2 d_3} \right) + C_f \cdot \left( \overline{A}_{65}^{aaf} + \overline{A}_{65}^{ad_1 f} + \overline{A}_{65}^{ad_2 f} + \overline{A}_{65}^{ad_3 f} \right) \right] \cdot {}_{65-x} P_x^{aa} \cdot v^{65-x}$$

c.q.d.

Posto isto, o valor actual esperado dos beneficios garantidos pelo seguro de dependência em estudo é dado por

$$\begin{aligned}
 VA_x(B) &= VA_x(B^R) + VA_x(B^C) \\
 &= R \cdot \left( \overline{a}_{65}^{ad_1} + \overline{a}_{65}^{ad_2} + \overline{a}_{65}^{ad_3} \right) \cdot {}_{65-x} P_x^{aa} \cdot v^{65-x} \\
 &\quad + \left[ C^{d_2} \cdot \left( \overline{A}_{65}^{aad_2} + \overline{A}_{65}^{ad_1 d_2} \right) + C^{d_3} \cdot \left( \overline{A}_{65}^{aad_3} + \overline{A}_{65}^{ad_1 d_3} + \overline{A}_{65}^{ad_2 d_3} \right) + C_f \cdot \left( \overline{A}_{65}^{aaf} + \overline{A}_{65}^{ad_1 f} + \overline{A}_{65}^{ad_2 f} + \overline{A}_{65}^{ad_3 f} \right) \right] \cdot {}_{65-x} P_x^{aa} \cdot v^{65-x} \\
 &= \left[ R \cdot \left( \overline{a}_{65}^{ad_1} + \overline{a}_{65}^{ad_2} + \overline{a}_{65}^{ad_3} \right) + C^{d_2} \cdot \left( \overline{A}_{65}^{aad_2} + \overline{A}_{65}^{ad_1 d_2} \right) + C^{d_3} \cdot \left( \overline{A}_{65}^{aad_3} + \overline{A}_{65}^{ad_1 d_3} + \overline{A}_{65}^{ad_2 d_3} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + C_f \cdot \left( \overline{A}_{65}^{aaf} + \overline{A}_{65}^{ad_1 f} + \overline{A}_{65}^{ad_2 f} + \overline{A}_{65}^{ad_3 f} \right) \right] \cdot {}_{65-x} P_x^{aa} \cdot v^{65-x}
 \end{aligned}$$

### III.6.3. Cálculo dos prémios

Após definida e modelada a operação de seguro em estudo, já podemos calcular os valores dos prémios que o segurado deverá pagar ao longo do contrato. Para tal assumiremos o princípio da equivalência segundo o qual os prémios são calculados tendo em conta que o seu valor actual esperado é igual ao valor actual esperado dos benefícios garantidos pelo contrato de seguro.

No exemplo que consideramos em estudo, vamos supor o pagamento de um prémio puro contínuo vitalício nivelado (constante)  $P$ , desde a idade de subscrição  $x$ , com  $x \leq 65$ , enquanto a pessoa for viva, independentemente do grau de dependência em que se possa encontrar. Desta forma, e tendo em conta as notações actuariais anteriormente descritas, temos que o valor actual esperado do prémio, à idade  $x$ , é dado pela seguinte expressão:

$$VA_x(P) = P \cdot \left[ \overline{a}_{x:65-x} + (\overline{a}_{65} + \overline{a}_{65}^{ad_1} + \overline{a}_{65}^{ad_2} + \overline{a}_{65}^{ad_3}) \cdot {}_{65-x}p_{65}^{aa} \cdot v^{65-x} \right]$$

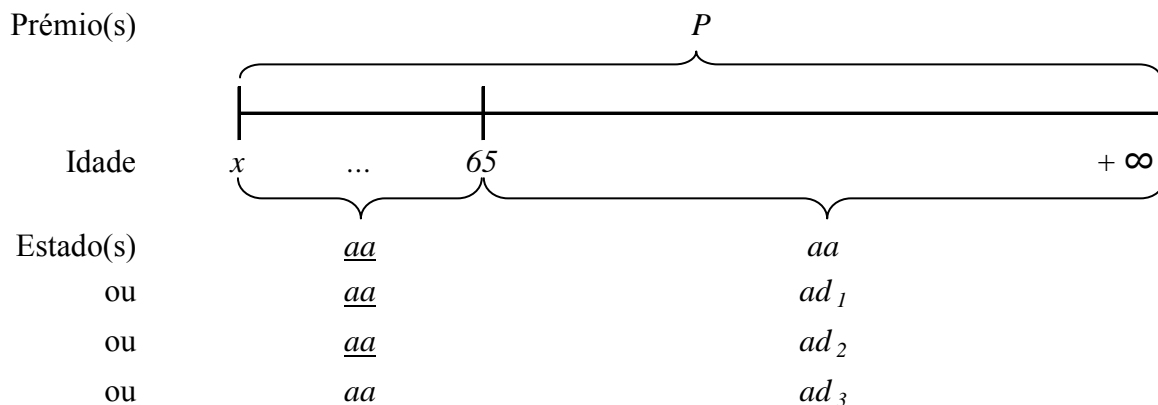
Assim, pelo princípio da equivalência, tem-se que

$$P = \frac{VA_x(B)}{\overline{a}_{x:65-x} + (\overline{a}_{65} + \overline{a}_{65}^{ad_1} + \overline{a}_{65}^{ad_2} + \overline{a}_{65}^{ad_3}) \cdot {}_{65-x}p_{65}^{aa} \cdot v^{65-x}}$$

#### Demonstração:

Suponhamos um Segurado autónomo que à idade  $x$  anos, com  $x \leq 65$ , subscreeve um contrato de seguro de dependência com as características definidas anteriormente. Em consequência da transferência do risco para a Seguradora, este deverá pagar um prémio vitalício nivelado  $P$ , desde a idade de subscrição  $x$ , enquanto for vivo, independentemente do grau de dependência em que se encontre. Assumimos ainda que o Segurado até à idade de 65 anos permanece no estado de autónomo "a".

Consideremos o seguinte esquema:



**Fig. III.6.** Esquema do plano de pagamentos do prémio puro contínuo nivelado  $P$  pago enquanto o segurado estiver vivo.

Nestas condições, o valor actual esperado do prémio puro nivelado  $P$  à idade de  $x$  anos, encontrando-se inicialmente o segurado no estado "a", pago enquanto o segurado for vivo, independentemente da situação de dependência do Segurado, é dado por:

$$\begin{aligned}
 VA_x(P) &= \int_0^{65-x} P \cdot {}_tP_x^{aa} \cdot v^t \cdot dt + \left( \int_0^{+\infty} P \cdot {}_tP_{65}^{aa} \cdot v^t \cdot dt + \int_0^{+\infty} {}_tP_{65}^{ad_1} \cdot v^t \cdot dt + \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^{+\infty} P \cdot {}_tP_{65}^{ad_2} \cdot v^t \cdot dt + \int_0^{+\infty} P \cdot {}_tP_{65}^{ad_3} \cdot v^t \cdot dt \right) \cdot {}_{65-x}P_x^{aa} \cdot v^{65-x} \\
 &= P \cdot \left[ \int_0^{65-x} {}_tP_x^{aa} \cdot v^t \cdot dt + \left( \int_0^{+\infty} {}_tP_{65}^{aa} \cdot v^t \cdot dt + \int_0^{+\infty} {}_tP_{65}^{ad_1} \cdot v^t \cdot dt + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \int_0^{+\infty} {}_tP_{65}^{ad_2} \cdot v^t \cdot dt + \int_0^{+\infty} {}_tP_{65}^{ad_3} \cdot v^t \cdot dt \right) \cdot {}_{65-x}P_x^{aa} \cdot v^{65-x} \right] \\
 &= P \cdot \left[ \bar{a}_{x:65-x}^{aa} + \left( \bar{a}_{65}^{aa} + \bar{a}_{65}^{ad_1} + \bar{a}_{65}^{ad_2} + \bar{a}_{65}^{ad_3} \right) \cdot {}_{65-x}P_{65}^{aa} \cdot v^{65-x} \right]
 \end{aligned}$$

Assim, pelo princípio da equivalência, o valor actual esperado do prémio puro nivelado  $P$  à idade de  $x$  anos tem que ser igual ao valor actual esperado dos benefícios garantidos, ou seja,

$$\begin{aligned}
 VA_x(P) &= VA_x(B) \\
 \Leftrightarrow P \cdot \left[ \bar{a}_{x:65-x}^{aa} + \left( \bar{a}_{65}^{aa} + \bar{a}_{65}^{ad_1} + \bar{a}_{65}^{ad_2} + \bar{a}_{65}^{ad_3} \right) \cdot {}_{65-x}P_{65}^{aa} \cdot v^{65-x} \right] &= VA_x(B)
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{VA_x(B)}{\overline{a}_{x:65-x} + (\overline{a}_{65} + \overline{a}_{65}^{ad_1} + \overline{a}_{65}^{ad_2} + \overline{a}_{65}^{ad_3}) \cdot {}_{65-x}P_{65}^{\overline{aa}} \cdot v^{65-x}} \quad \text{c.q.d.}$$

### III.6.4. O cálculo das reservas matemáticas

No entanto, só os prémios pagos pelo segurado não cobrem as responsabilidades futuras da seguradora pelo que é necessário proceder à constituição de um fundo a partir dos prémios cobrados: a Reserva Matemática ou Provisão Matemática.

A reserva matemática pode ser deduzida sob duas formas: de forma retrospectiva e de forma prospectiva. A forma retrospectiva de cálculo da reserva matemática no momento  $t$  deduz-se através da diferença entre o valor actual esperado acumulado dos prémios cobrados e o valor actual esperado acumulado dos benefícios garantidos passados (**Wolthuis, H., 1994**). Por outro lado, quanto à forma prospectiva de cálculo da reserva matemática no momento  $t$  pode entender-se como o valor actual esperado dos benefícios futuros garantidos menos o valor actual esperado dos prémios a pagar. Seguindo a mesma linha de estudo de **Haberman, S. e Pitacco, E. (1999)**, consideremos o cálculo das provisões matemáticas através da forma prospectiva.

Considerando mais uma vez o modelo em estudo, e dado que este é composto por quatro estado estritamente transientes, deveremos calcular três reservas matemáticas:

#### 1. Reserva matemática, no momento $t$ , se o segurado se encontra autónomo, ou seja está no estado "a" :

i) Para  $x + t < 65$

$$\text{Sendo } VA_{x+t}^a(B) = \left[ R \cdot (\overline{a}_{65}^{\overline{aa}} + \overline{a}_{65}^{ad_1} + \overline{a}_{65}^{ad_2} + \overline{a}_{65}^{ad_3}) + C^{d_2} \cdot (\overline{A}_{65}^{aad_2} + \overline{A}_{65}^{ad_1d_2}) \right. \\ \left. + C^{d_3} \cdot (\overline{A}_{65}^{aad_3} + \overline{A}_{65}^{ad_1d_3} + \overline{A}_{65}^{ad_2d_3}) + C^f \cdot (\overline{A}_{65}^{adf} + \overline{A}_{65}^{ad_1f} + \overline{A}_{65}^{ad_2f} + \overline{A}_{65}^{ad_3f}) \right] \cdot {}_{65-(x+t)}P_{x+t}^{\overline{aa}} \cdot v^{65-(x+t)}$$

$$\text{e } VA_{x+t}^a(P) = P \cdot \left[ \overline{a}_{x:65-(x+t)}^{\overline{aa}} + (\overline{a}_{65}^{\overline{aa}} + \overline{a}_{65}^{ad_1} + \overline{a}_{65}^{ad_2} + \overline{a}_{65}^{ad_3}) \cdot {}_{65-(x+t)}P_{65}^{\overline{aa}} \cdot v^{65-(x+t)} \right]$$

tem-se

$$\begin{aligned}
 VA_{x+t}^a(RM) &= VA_{x+t}^a(B) - VA_{x+t}^a(P) \\
 &= \left[ R.(\overline{a}_{65}^{\overline{aa}} + \overline{a}_{65}^{\overline{ad_1}} + \overline{a}_{65}^{\overline{ad_2}} + \overline{a}_{65}^{\overline{ad_3}}) + C^{d_2}.(\overline{A}_{65}^{\overline{aad_2}} + \overline{A}_{65}^{\overline{ad_1d_2}}) \right. \\
 &\quad \left. + C^{d_3}.(\overline{A}_{65}^{\overline{aad_3}} + \overline{A}_{65}^{\overline{ad_1d_3}} + \overline{A}_{65}^{\overline{ad_2d_3}}) + C^f.(\overline{A}_{65}^{\overline{aaf}} + \overline{A}_{65}^{\overline{ad_1f}} + \overline{A}_{65}^{\overline{ad_2f}} + \overline{A}_{65}^{\overline{ad_3f}}) \right] \cdot {}_{65-(x+t)}P_{x+t}^{\overline{aa}} \cdot v^{65-(x+t)} \\
 &\quad - P. \left[ \overline{a}_{x:65-(x+t)}^{\overline{aa}} + (\overline{a}_{65}^{\overline{aa}} + \overline{a}_{65}^{\overline{ad_1}} + \overline{a}_{65}^{\overline{ad_2}} + \overline{a}_{65}^{\overline{ad_3}}) \cdot {}_{65-(x+t)}P_{65}^{\overline{aa}} \cdot v^{65-(x+t)} \right]
 \end{aligned}$$

ii) Para  $x + t < 65$

$$\begin{aligned}
 \text{Sendo } VA_{65+t}^a(B) &= R.(\overline{a}_{65+t}^{\overline{aa}} + \overline{a}_{65+t}^{\overline{ad_1}} + \overline{a}_{65+t}^{\overline{ad_2}} + \overline{a}_{65+t}^{\overline{ad_3}}) + C^{d_2}.(\overline{A}_{65+t}^{\overline{aad_2}} + \overline{A}_{65+t}^{\overline{ad_1d_2}}) \\
 &\quad + C^{d_3}.(\overline{A}_{65+t}^{\overline{aad_3}} + \overline{A}_{65+t}^{\overline{ad_1d_3}} + \overline{A}_{65+t}^{\overline{ad_2d_3}}) + C^f.(\overline{A}_{65+t}^{\overline{aaf}} + \overline{A}_{65+t}^{\overline{ad_1f}} + \overline{A}_{65+t}^{\overline{ad_2f}} + \overline{A}_{65+t}^{\overline{ad_3f}})
 \end{aligned}$$

$$\text{e } VA_{65+t}^a(P) = P.(\overline{a}_{65+t}^{\overline{aa}} + \overline{a}_{65+t}^{\overline{ad_1}} + \overline{a}_{65+t}^{\overline{ad_2}} + \overline{a}_{65+t}^{\overline{ad_3}})$$

tem-se

$$\begin{aligned}
 VA_{65+t}^a(RM) &= VA_{65+t}^a(B) - VA_{65+t}^a(P) \\
 &= \left[ (R - P).(\overline{a}_{65+t}^{\overline{aa}} + \overline{a}_{65+t}^{\overline{ad_1}} + \overline{a}_{65+t}^{\overline{ad_2}} + \overline{a}_{65+t}^{\overline{ad_3}}) + C^{d_2}.(\overline{A}_{65+t}^{\overline{aad_2}} + \overline{A}_{65+t}^{\overline{ad_1d_2}}) \right. \\
 &\quad \left. + C^{d_3}.(\overline{A}_{65+t}^{\overline{aad_3}} + \overline{A}_{65+t}^{\overline{ad_1d_3}} + \overline{A}_{65+t}^{\overline{ad_2d_3}}) + C^f.(\overline{A}_{65+t}^{\overline{aaf}} + \overline{A}_{65+t}^{\overline{ad_1f}} + \overline{A}_{65+t}^{\overline{ad_2f}} + \overline{A}_{65+t}^{\overline{ad_3f}}) \right]
 \end{aligned}$$



**2. Reserva matemática, no momento  $t$ , se o segurado se encontra moderadamente dependente, ou seja, está no estado " $d_1$ ":**

Sendo

$$VA_{65+t}^{d_1}(B) = R.(\overline{a}_{65+t}^{-d_1d_1} + \overline{a}_{65+t}^{-d_1d_2} + \overline{a}_{65+t}^{-d_1d_3}) + C^{d_2} \cdot \overline{A}_{65+t}^{-d_1d_1d_2} + C^{d_3} \cdot (\overline{A}_{65+t}^{-d_1d_1d_3} + \overline{A}_{65+t}^{-d_1d_2d_3}) + C^f \cdot (\overline{A}_{65+t}^{-d_1d_1f} + \overline{A}_{65+t}^{-d_1d_2f} + \overline{A}_{65+t}^{-d_1d_3f})$$

$$VA_{65+t}^{d_1}(P) = P.(\overline{a}_{65+t}^{-d_1d_1} + \overline{a}_{65+t}^{-d_1d_2} + \overline{a}_{65+t}^{-d_2d_3})$$

tem-se

$$\begin{aligned} VA_{65+t}^{d_1}(RM) &= VA_{65+t}^{d_1}(B) - VA_{65+t}^{d_1}(P) \\ &= (R - P).(\overline{a}_{65}^{-d_1d_1} + \overline{a}_{65}^{-d_1d_2} + \overline{a}_{65}^{-d_1d_3}) + C^{d_2} \cdot \overline{A}_{65+t}^{-d_1d_1d_2} \\ &\quad + C^{d_3} \cdot (\overline{A}_{65+t}^{-d_1d_1d_3} + \overline{A}_{65+t}^{-d_1d_2d_3}) + C^f \cdot (\overline{A}_{65+t}^{-d_1d_1f} + \overline{A}_{65+t}^{-d_1d_2f} + \overline{A}_{65+t}^{-d_1d_3f}) \end{aligned}$$

**3. Reserva matemática, no momento  $t$ , se o segurado se encontra gravemente dependente, ou seja, está no estado " $d_2$ ":**

Sendo  $VA_{65+t}^{d_2}(B) = R.(\overline{a}_{65}^{-d_2d_2} + \overline{a}_{65}^{-d_2d_3}) + C^{d_3} \cdot \overline{A}_{65+t}^{-d_2d_2d_3} + C^f \cdot (\overline{A}_{65+t}^{-d_2d_2f} + \overline{A}_{65+t}^{-d_2d_3f})$

e  $VA_{65+t}^{d_2}(P) = P.(\overline{a}_{65}^{-d_2d_2} + \overline{a}_{65}^{-d_2d_3})$  tem-se

$$\begin{aligned} VA_{65+t}^{d_2}(RM) &= VA_{65+t}^{d_2}(B) - VA_{65+t}^{d_2}(P) \\ &= (R - P).(\overline{a}_{65}^{-d_2d_2} + \overline{a}_{65}^{-d_2d_3}) + C^{d_3} \cdot \overline{A}_{65+t}^{-d_2d_2d_3} + C^f \cdot (\overline{A}_{65+t}^{-d_2d_2f} + \overline{A}_{65+t}^{-d_2d_3f}) \end{aligned}$$

4. Reserva matemática, no momento  $t$ , se o segurado se encontra severamente dependente, ou seja, está no estado " $d_3$ ";

Sendo  $VA_{65+t}^{d_3}(B) = R \cdot \overline{a}_{65}^{-d_3 d_3} + C^f \cdot \overline{A}_{65+t}^{-d_3 d_3 f}$  e  $VA_{65+t}^{d_3}(P) = P \cdot \overline{a}_{65}^{-d_3 d_3}$  tem-se

$$VA_{65+t}^{d_3}(RM) = VA_{65+t}^{d_3}(B) - VA_{65+t}^{d_3}(P) = (R - P) \cdot \overline{a}_{65}^{-d_3 d_3} + C^f \cdot \overline{A}_{65+t}^{-d_3 d_3 f}$$

### III.7. RESULTADOS

Por fim, e uma vez realizada a formulação teórica para a avaliação financeiro-actuarial do modelo de seguro de dependência acima descrito, iremos nesta secção apresentar os prémios puros para os vários produtos possíveis de construir tendo como base o modelo estudado, bem como os respectivos custos individuais esperados estimados em função da idade de subscrição da pessoa segura.

Para o cálculo das diferentes probabilidades de transição consideramos as correspondentes intensidades de transição propostas por **Haberman e Pitacco (1999:25)**:

$$\mu_{x+t}^{ad} = \mu_{x+t}^{dd} = 0,0004 + 10^{0,06(x+t)-5,46}$$

$$\mu_{x+t}^{af} = \mu_{x+t}^{df} = 0,0005 + 10^{0,038(x+t)-4,12}$$

Note-se que com estas intensidades de transição não nos é possível diferenciar a taxa de mortalidade de pessoas autónomas da taxa de mortalidade de pessoas dependentes, sendo igualmente aplicáveis a ambos os sexos pelo que também não iremos considerar a sua separação.

Quanto aos parâmetros iremos considerar:

- ✓ A idade de subscrição  $x$  que pode variar entre os 0 aos e os 65 anos.
- ✓ Taxa de juro instantânea que pode variar entre 3% e 4%;

- ✓ O valor da renda  $R$  paga mensalmente em caso de dependência da pessoa segura e enquanto estiver viva;
- ✓ O valor do capital seguro  $C^{d_2}$  caso a pessoa segura entre em dependência grave;
- ✓ O valor do capital seguro  $C^{d_3}$  caso a pessoa segura entre em dependência severa;
- ✓ O valor do capital seguro  $C^f$  caso a pessoa segura morra.

Posto isto, consideremos então os seguintes cenários possíveis:

**A. Cenário 1**

Este produto consiste numa renda de quantia constante no valor de **1.000,00€**, paga mensalmente, em caso de dependência da pessoa segura e enquanto esta estiver viva.

**B. Cenário 2**

Este produto é composto por uma renda de quantia constante no valor de **1.000,00€**, paga mensalmente, em caso de dependência da pessoa segura e enquanto estiver viva; o pagamento de um capital seguro no valor de **30.000,00€** caso a pessoa segura entre em dependência grave; e o pagamento de um capital seguro no valor de **70.000,00€** caso a pessoa segura entre em dependência severa.

**C. Cenário 3**

Este produto é composto por uma renda de quantia constante no valor de **1.000,00€** paga mensalmente, em caso de dependência da pessoa segura e enquanto estiver viva; o pagamento de um capital seguro no valor de **30.000,00€** caso a pessoa segura entre em dependência grave; o pagamento de um capital seguro no valor de **70.000,00€** caso a pessoa segura entre em dependência severa; e o pagamento aos beneficiários de um capital seguro no valor de **50.000,00€** caso a pessoa segura morra.

Na tabela seguinte apresentamos o valor dos prémios puros nivelados a pagar mensalmente enquanto a pessoa segura for viva (autónoma ou dependente) correspondente a cada um dos cenários acima definidos:

|  | Idade de<br>Subscrição ( $x$ ) | Prémio Puro Mensal |            |
|--|--------------------------------|--------------------|------------|
|  |                                | 3%                 | 4%         |
| <b>Cenário 1</b><br><ul style="list-style-type: none"> <li>• Renda: 1.000,00 €</li> </ul>  | 35 anos                        | 117,63 €           | 90,80 €    |
|  | 45 anos                        | 187,79 €           | 157,06 €   |
|  | 55 anos                        | 307,77 €           | 277,38 €   |
|  | 65 anos                        | 564,01 €           | 543,22 €   |
| <b>Cenário 2</b><br><ul style="list-style-type: none"> <li>• Renda: 1.000,00 €</li> <li>• C. Seguro <math>C^{d2}</math>: 30.000,00 €</li> <li>• C. Seguro <math>C^{d3}</math>: 70.000,00 €</li> </ul>  | 35 anos                        | 284,73 €           | 227,41 €   |
|  | 45 anos                        | 454,55 €           | 393,35 €   |
|  | 55 anos                        | 744,96 €           | 694,70 €   |
|  | 65 anos                        | 1.365,20 €         | 1.360,49 € |
| <b>Cenário 3</b><br><ul style="list-style-type: none"> <li>• Renda: 1.000,00 €</li> <li>• C. Seguro <math>C^{d2}</math>: 30.000,00 €</li> <li>• C. Seguro <math>C^{d3}</math>: 70.000,00 €</li> <li>• C. Seguro <math>C^f</math>: 50.000,00 €</li> </ul> | 35 anos                        | 487,14 €           | 386,87 €   |
|  | 45 anos                        | 777,70 €           | 669,16 €   |
|  | 55 anos                        | 1.274,56 €         | 1.181,82 € |
|  | 65 anos                        | 2.335,74 €         | 2.314,45 € |

De igual forma, a tabela seguinte apresenta os respectivos custos individuais esperados estimados em função da idade de subscrição da pessoa segura correspondentes a cada um dos cenários acima definidos:

|  | Idade de<br>Subscrição ( $x$ ) | V.A. Benefícios <sup>5</sup> |              |
|--|--------------------------------|------------------------------|--------------|
|  |                                | 3%                           | 4%           |
| <b>Cenário 1</b><br><ul style="list-style-type: none"> <li>• Renda: 1.000,00 €</li> </ul>  | 35 anos                        | 30.834,52 €                  | 20.341,02 €  |
|  | 45 anos                        | 42.784,29 €                  | 31.192,43 €  |
|  | 55 anos                        | 58.966,74 €                  | 47.511,81 €  |
|  | 65 anos                        | 81.077,93 €                  | 72.198,23 €  |
| <b>Cenário 2</b><br><ul style="list-style-type: none"> <li>• Renda: 1.000,00 €</li> <li>• C. Seguro <math>C^{d2}</math>: 30.000,00 €</li> <li>• C. Seguro <math>C^{d3}</math>: 70.000,00 €</li> </ul>  | 35 anos                        | 74.635,74 €                  | 50.944,00 €  |
|  | 45 anos                        | 103.560,44 €                 | 78.121,32 €  |
|  | 55 anos                        | 142.730,48 €                 | 118.993,12 € |
|  | 65 anos                        | 196.251,16 €                 | 180.820,15 € |
| <b>Cenário 3</b><br><ul style="list-style-type: none"> <li>• Renda: 1.000,00 €</li> <li>• C. Seguro <math>C^{d2}</math>: 30.000,00 €</li> <li>• C. Seguro <math>C^{d3}</math>: 70.000,00 €</li> <li>• C. Seguro <math>C^f</math>: 50.000,00 €</li> </ul> | 35 anos                        | 127.695,56 €                 | 86.665,62 €  |
|  | 45 anos                        | 177.183,32 €                 | 132.899,49 € |
|  | 55 anos                        | 244.200,02 €                 | 202.430,35 € |
|  | 65 anos                        | 335.769,47 €                 | 307.610,10 € |

<sup>5</sup> valor actual esperado dos benefícios garantidos à idade de subscrição.

## CONCLUSÃO

Neste capítulo apresentaremos as conclusões mais relevantes em relação a todo o trabalho desenvolvido com vista a apresentar um modelo para a avaliação actuarial de um seguro que cubra o risco de dependência, que considera três estados de dependência. Do diagrama de transições e da estrutura de probabilidades associadas com o modelo multivariável, através do qual construímos a operação actuarial, desenhamos um algoritmo que nos permite estimar e analisar os custos individuais esperados dos cuidados de longa duração com pessoas com idade superior a 65 anos em Portugal, bem como a respectiva tarifa de um seguro desta natureza.

Nos capítulos II e III seguimos a linha de estudo aconselhada por **Habermann, S. e Pitacco, E. (1999)**.

## CAPITULO 0

O envelhecimento da população é um fenómeno, que sem qualquer dúvida, é inevitável no futuro em todas as regiões do mundo. À parte das intervenções dos poderes públicos destinados a incentivar a natalidade onde esta tem vindo a diminuir, e embora com alguma eficácia, as previsões apontam para um acentuado envelhecimento da população mundial. As mudanças demográficas, sociais e económicas não se prevêem vir a alterar pelo que nos parece que esta previsão é mais que certa.

Posto isto, e uma vez que este é um problema social que só por si acarreta muitos outros de difícil solução, nomeadamente a dependência e a conveniente prestação de cuidados de longa duração que lhe estão associados, torna-se imperativo dar especial atenção a este problema de dimensão mundial, e em particular de dimensão nacional.

## CAPITULO I

No centro das questões sobre o envelhecimento encontra-se um problema social de crescentes proporções: a dependência. Este é um tema que efectivamente se encontra na

agenda de muitos dos países mundiais, principalmente dos países desenvolvidos onde o fenómeno do envelhecimento, e consequentemente da dependência, é mais evidente.

A dependência é um fenómeno social que facilmente se irá tornar num problema sócio-económico de consideráveis proporções. Como tal é necessário encontrar respostas convenientemente enquadráveis neste problema de dimensão mundial, tanto no âmbito público como privado. Vários são os países que, desde há alguns anos, têm em prática várias medidas de protecção social à dependência, nomeadamente os EUA, a Alemanha, a França, entre outros. Quanto a Portugal, a protecção social pública tem-se verificado quase inexistente. No entanto, começa agora a dar os seus primeiros passos com uma série de medidas criadas no sentido de dar apoio social e de saúde a pessoas idosas dependentes. O mercado segurador português, embora comece a despertar para o problema que é a dependência, mas devido à incerteza que o risco da dependência acarreta este não se tem desenvolvido.

Posto isto, o nosso estudo será então um pequeno contributo para ajudar a desenvolver este sector no que toca à cobertura do risco de dependência.

## **CAPITULO II**

Tendo em vista o objectivo de desenvolver um modelo de avaliação actuarial adaptado a uma operação de seguro de dependência, e sendo o modelo de múltiplos estados aquele que melhor se adapta a uma qualquer operação desta natureza, optámos por desenvolver a estrutura probabilística baseada em processos estocásticos de Markov em tempo contínuo<sup>1</sup>.

Nas operações definidas por um modelo de múltiplos estados, o acompanhamento estocástico do segurado é praticamente impossível se considerarmos todo o seu historial. Contudo, através da aplicação de um processo estocástico de Markov torna-se possível isto acontecer uma vez que o mesmo se baseia na hipótese fundamental em que a probabilidade do segurado atingir no futuro um determinado estado apenas depende do estado em que se encontra à data da avaliação e da idade nesse mesmo momento.

---

<sup>1</sup> Uma operação com múltiplos estados estruturada probabilisticamente mediante um processo estocástico de Markov em tempo contínuo é aplicável em casos em que a análise da evolução do estado do segurado é feita de forma contínua num determinado intervalo de tempo, p.e., durante todo o ano, durante todo o mês, etc.

Outras vantagens no uso dos processos estocástico de Markov é o facto de:

- não ser necessário calcular as probabilidades independentes, pois as probabilidades de transição calculadas por este método já influem a dependência entre os estados;
- facilitar a introdução, além da idade, de outras variáveis relevantes, tais como por exemplo o tempo de permanência num determinado estado, o número de transições, entre outras.

A opção de escolha de um modelo estocástico em tempo contínuo deve-se ao facto deste ser mais realista do que o mesmo em tempo discreto<sup>2</sup> uma vez que incorpora uma informação mais detalhada, significativa e fiável, pois para a sua aplicação é necessário dispormos, para cada transição e por idade, de dados estatísticos relativamente ao tempo durante o qual o segurado permaneceu em cada estado e o número de transições observadas. No entanto, torna-se num modelo mais complexo pois, para além da dificuldade na prática da obtenção dos dados estatísticos necessários, a dificuldade de resolução do sistema de equações diferenciais de Chapman-Kolmogorov aumenta com o número de estados e transições do modelo.

Uma outra vantagem na escolha do processo estocástico de Markov em tempo contínuo, em detrimento do modelo estocástico discreto, é a possibilidade de calcular a frequência de transições por segurado pois através deste último modelo não nos é possível ter o registo contínuo do número de transições durante o período de observação estabelecido, uma vez que este registo apenas é feito de forma periódica no tempo.

O processo estocástico de Markov contínuo no tempo em estudo assume que as intensidades de transição, e respectivas probabilidades, em determinado momento dependem apenas do estado em que se encontra o segurado nesse mesmo momento. No entanto, podemos considerar modelos ainda mais realistas introduzindo ao estudo do processo estocástico de Markov contínuo outras hipóteses, como por exemplo:

- a dependência de algumas intensidades de transição, e respectivas probabilidades, em relação à idade de subscrição;

---

<sup>2</sup> Uma operação com múltiplos estados estruturada probabilisticamente mediante um processo estocástico de Markov em tempo discreto é aplicável em casos em que a análise da evolução do estado do segurado é feita de forma periódica no tempo, p.e., a cada ano, a cada mês, etc.

- a dependência de algumas intensidades de transição, e respectivas probabilidades, do tempo de permanência no estado presente desde a última transição;
- a dependência de algumas intensidades de transição, e respectivas probabilidades, do tempo total no estado actual desde o momento de subscrição.

A introdução destas hipóteses (todas ou algumas) no modelo estocástico de Markov contínuo em estudo resulta num novo modelo estocástico denominado por *semi-processo estocástico de Markov contínuo no tempo*. Este é sem dúvida um modelo muito mais potente do que o modelo em desenvolvimento pois inclui mais variáveis, no entanto a sua utilização requiere que disponhamos de uma experiência estatística do colectivo bastante mais detalhada o que faz com que o seu tratamento matemático seja consideravelmente mais complexo. Por isto, optámos por deixar o desenvolvimento deste modelo para uma outra oportunidade de investigação futura.

Com fim à determinação da estrutura probabilística de processo estocástico de Markov contínuo no tempo aplicado a uma operação com múltiplos estados precisámos escolher entre duas vertentes de cálculo:

- a) Cálculo das intensidades de transição a partir dos valores estimados das probabilidades de transição;
- b) Cálculo das probabilidades de transição a partir dos valores estimados das intensidades de transição (método TIA – Transition Intensity Approach).

Para o nosso modelo optámos então pela segunda hipótese seguindo desta forma a linha de estudo aconselhada por **Pitacco, E., (1999)**, e na qual a nossa investigação se centrou. Quanto à estimação das intensidades de transição, não considerámos o seu estudo neste trabalho deixando em aberto mais uma linha de investigação futura.

O cálculo das probabilidades de permanência em cada um dos estados do modelo é relativamente simples de ser efectuado de forma exacta. Pelo contrário, o cálculo das probabilidades de transição é matematicamente complexo uma vez que a equação geral do processo estocástico corresponde a um sistema de equações diferenciais de Chapman-Kolmogorov. Em alguns modelos facilmente poderemos obter de forma exacta as



probabilidades de transição, no entanto na maioria dos casos apenas nos será possível um cálculo aproximado dos seus valores..

A solução exacta da equação geral associada a um processo estocástico de Markov contínuo no tempo obtém-se resolvendo o sistema de equações diferenciais de Chapman-Kolmogorov. Contudo esta solução só é possível em operações simples com poucos estados. Em situações em que o número de estados se torna elevado, a resolução do sistema torna-se muito difícil pelo que deveremos recorrer à introdução de algumas hipóteses adicionais, tais como: supor a intensidade de transição constante durante toda a operação, o que actuarialmente se torna inconsistente pois estaremos perante um modelo estocástico homogéneo; supor a intensidade de transição constante por intervalos de tempo, o que torna a hipótese mais realista pois mantém a não-homogeneidade do processo no tempo; ou supor a continuidade das intensidades de transição em todo o intervalo de tempo considerado.

Em alternativa, poderemos calcular as probabilidades de transição utilizando métodos numéricos que permitam obter soluções aproximadas actuarialmente consistentes. Referimos assim dois métodos pensados especialmente para uma operação com múltiplos estados: um baseado no teorema do valor médio e outro baseado na integração por produto.

Ao longo do nosso trabalho optamos também por desenvolver cada um dos pontos abordados em termos matriciais e vectoriais, pois este método de cálculo permite facilitar consideravelmente os cálculos das operações com múltiplos estados.

Neste capítulo ficou por abordar em termos teóricos o desenvolvimento do estudo relativamente à equação de Thiele aplicável à descrição estocástica da evolução da reserva matemática de uma operação com múltiplos estados.

Fica também em aberto para uma investigação futura para uma abordagem teórica à formulação de uma operação de resseguro com múltiplos estados.

### **CAPÍTULO III**

No capítulo III, posto todo o desenvolvimento teórico relativo à estrutura probabilística de um modelo de múltiplos estados, passámos finalmente à formulação de um

modelo de avaliação financeiro-actuarial de um seguro de dependência, bem como à estimação e análise dos custos individuais e da respectiva tarifa.

Não obstante o facto de ser um risco ainda pouco conhecido, a dependência é muito difícil de valorar principalmente devido à falta de informação estatística indispensável ao tratamento actuarial do risco de dependência, não esquecendo a dificuldade do tratamento estatístico dessa mesma informação quando disponível.

Assim como acontece em qualquer tratamento actuarial de riscos pouco conhecidos, é necessário total prudência na valoração e gestão do risco de dependência sendo conveniente utilizar probabilidades de dependência ajustadas às características do colectivo seguro e recorrer ao resseguro sempre que possível como forma de garantir a solvência da companhia.

A caminho do objectivo proposto, começámos por definir o desenho estrutural do produto de seguro que considerámos como caso prático a avaliar financeiro-actuarialmente. Neste sentido, e baseando-nos na experiência internacional, procurámos construir um exemplo que fosse o mais próximo da realidade possível, atractivo ao segurado tanto em termos de coberturas e valores das prestações como no valor dos prémios a pagar, simples e fácil de calcular. Como tal, considerámos um modelo com cinco estados em que três destes são de dependência de diferentes graus de gravidade.

Como resultado da aplicação da metodologia descrita no capítulo anterior para o cálculo das probabilidades de permanência e de transição entre os diferentes estados obtivemos assim a base para definir a estrutura probabilística do modelo em estudo.

Desenvolvemos a aplicação do processo estocástico a partir da sua equação geral, obtendo desta forma o conjunto das equações diferenciais que, através da sua integração e derivação numérica, permitiu calcular de forma exacta as probabilidades de transição associadas tanto aos estados de dependência como aos estados de autonomia e falecimento.

Por fim, considerando uma estrutura financeira determinista e assumindo um modelo de exponencial de juro composto, procedemos à descrição teórica de todo o modelo actuarial de avaliação do seguro de dependência em estudo, incluindo a metodologia de cálculo dos prémios e das reservas matemáticas.

Em vista à concretização do objectivo inicialmente proposto, considerámos três cenários (produtos) possíveis de ter em conta através do modelo de avaliação actuarial desenvolvido. Os valores das prestações garantidas, rendas e capitais seguros, foram escolhidos com um carácter puramente empírico construído com base no conjunto de leituras efectuadas ao longo deste trabalho.

Quanto às limitações do modelo, salientamos o facto de não contemplar a possibilidade de considerar as rendas (crescentes) em função do aumento do grau de dependência como seria lógico acontecer devido ao aumento das despesas com os cuidados de longa duração inerentes a cada grau de dependência.

Uma outra limitação do modelo deve-se à impossibilidade de calcular prémios temporários, isto é, para simplificação dos cálculos e da implementação do modelo prático considerámos o pagamento dos prémios nivelados de forma vitalícia. Isto significa que, mesmo entrando em dependência, o segurado deverá continuar a pagar os prémios mensalmente. Esta é uma situação que não é muito usual acontecer sendo normal o segurado deixar de pagar os prémios enquanto se encontra dependente.

Posto isto, e calculando os prémios puros para cada um dos cenários, salientamos as seguintes conclusões:

- É evidente que um seguro deste tipo tornar-se-á menos dispendioso quanto mais cedo for a sua subscrição.
- Sem dúvida que o cenário 1 é o mais provável de ser considerado numa situação de início de comercialização de um produto desta natureza por uma companhia seguradora. Por ser um produto bastante atractivo para o cliente no que diz respeito à relação prestações garantidas/prémios, torna-se compreensível porque a nível internacional é um produto com bastante sucesso na sua comercialização.
- Quanto aos cenários 2 e 3, podemos verificar que os mesmos serão muito difíceis de comercializar pois não são produtos atractivos ao cliente. Para além de muito dispendiosos, em algumas idades de subscrição o valor da renda mensal garantida não cobre o valor do prémio mensal puro a pagar. Para solucionar esta situação teríamos que reduzir consideravelmente o valor dos capitais seguros, o que tornaria o produto menos atractivo.

Na nossa opinião, os cenários 2 e 3 deverão ser objecto de estudos futuros mais pormenorizados uma vez que os valores encontrados neste estudo não são satisfatórios para serem usados numa eventual comercialização. Assim, fica em aberto mais uma linha de investigação futura.

Terminamos as nossas conclusões salientando o facto de não termos considerado no nosso modelo prático o cálculo os valores das reservas matemáticas correspondentes a cada uma das idades de subscrição consideradas. Também aqui deixamos em aberto mais um futuro estudo de investigação.

## BIBLIOGRAFIA

- ❖ ALEGRE, Antonio et al (n/d), *Actuarial Valuation of long-term care annuities*, Universitat de Barcelona e Universidad Complutense de Madrid.
- ❖ ALEGRE, Antonio, POCIELLO, Enrique e VAREA, Javier (2004), *Modelo discreto de transiciones entre estados de dependencia*, Instituto de Actuarios Españoles, Tercera Época - nº 10, pp. 91-113
- ❖ ARTÍS, Manuel, AYUSO, Mercedes, GUILLÉN, Montserrat y MONTEVERDE, Malena (2007), *Una Estimación Actuarial del Coste Individual d la Dependencia en la Población de Mayor Edad en España*, Estadística Española, Vol. 49 Núm, 165, pp.373-402.
- ❖ BALTES M, Silvenberg S. *A dinâmica dependência-autonomia no curso da vida*. In: Neri A, editor. *Psicologia do envelhecimento*. Campinas: Papyrus; 1995; p. 73-110. cap. 3.
- ❖ BARRETO, António, (1996), (Organização de), *A situação social em Portugal, 1960-1995*, ICS/UL, Lisboa
- ❖ BATH P, Philp I. *A hierarchical classification of the dependency amongst older people: use of artificial neural networks*. Health Care Later Times 1988; 359-69.
- ❖ BENJAMIN, S. (1992), *Using the value of their houses to fund long term care for the elderly*. Transactions of the 24rd International Congress of Actuaries, Montreal, vol 4, pp 19-34.
- ❖ BLAND R. *Independence, privacy and risk: two contrasting approaches to residential care for older people*. Ageing Soc 1999;19:539-60.
- ❖ BLONDEAU, J. y DUBOIS, D. (1997), *Financing Old-age Dependency in Europe: Towards Overall Management of Old-age*. The Geneva Papers on Risk and Insurance nº 22, pp 46-59.
- ❖ BOOTH, P.M. (1996), *Long term care for the elderly: a review of policy options*. Actuarial reserch nº 86. Department of Actuarial science and Statistics. City University London.

- 
- ❖ BRAÑA, Francisco (2004), *La Dependencia de los mayores en España. Una Estimación de los Costes de un Seguro Público de Dependencia*, Universidade de Salamanca.
  - ❖ BRAÑA, Francisco (2004), *Una estimation de los costes de un seguro público de dependencia de los mayores de España*, Estudios de Economía Aplicada. Vol 22-3, pp. 723-757.
  - ❖ BRANCO, Rui, GONÇALVES, Cristina (2000), *Envelhecimento Demográfico - Aspectos Demográficos, Económicos e Sociais da População Idosa em Portugal*, Instituto Nacional de Estatística, I Congresso Português de Demografia, org. ISCTE/INESLA, Tróia, Grândola, 21-23 Setembro, Sessão Plenária: População e Envelhecimento.
  - ❖ CARREIRA, H. Medina Carreira, (1996), *As políticas sociais em Portugal*, Gradiva,
  - ❖ CARRILHO, Maria José (1993), *O Processo de Envelhecimento em Portugal: Que Perspectivas...?*, Revista Estudos Demográficos nº 31, INE, Lisboa.
  - ❖ CARRILHO, Maria José, GONÇALVES, Cristina (2004), *Dinâmicas Territoriais do Envelhecimento: análise exploratória dos resultados dos Censos 91 e 2001* in Revista de Estudos Demográficos nº 36, Instituto Nacional de Estatística, Lisboa.
  - ❖ CARVALHO, Maria Irene (2006), *Orientações da Política de Cuidados às Pessoas Idosas e Dependentes – Modelo de Cuidados em Portugal e Nalguns Países Europeus*, I Congresso Internacional sobre Gerontologia: Viver para Sempre!, Lisboa.
  - ❖ COMISSÃO EUROPEIA (1999), *Uma Europa para Todas as Idades – Promover a Prosperidade e a Solidariedade Entre Gerações*. Comunicação da Comissão Bruxelas, DGESA.
  - ❖ COMISSÃO EUROPEIA (2000), *Relatório do Comité da Protecção Social sobre a Evolução Futura da Protecção Social – Regimes de Pensões Seguros e Sustentáveis*. Disponível em [www.governo.gov.pt](http://www.governo.gov.pt).
  - ❖ COMISSÃO EUROPEIA (2001), *O Futuro dos Cuidados de Saúde e dos Cuidados para as Pessoas Idosas: Garantir a Acessibilidade, a Qualidade e a Viabilidade Financeira*, Comunicação da Comissão, Bruxelas

- ❖ COMISSÃO EUROPEIA (2002), *Cuidados de Saúde e Cuidados aos Idosos: Apoiar as Estratégias Nacionais Destinadas a Garantir um Elevado nível de Protecção Social*, Comunicação da Comissão, Bruxelas
- ❖ COMISSÃO EUROPEIA (2003), *A Situação Social na União Europeia 2002 – Síntese*, Luxemburgo, SPOCE.
- ❖ COMISSÃO EUROPEIA (2003), *Relatório Conjunto Sobre a Inclusão Social*, Bruxelas, DGESA.
- ❖ COMISSÃO EUROPEIA (2004), *Modernizar a Protecção Social para o Desenvolvimento de Cuidados de Saúde e de Cuidados Prolongados de Qualidade, Acessíveis e Duradouros: um Apoio às Estratégias Nacionais pelo “Método Aberto de Cooperação”*, Comunicação da Comissão, Bruxelas
- ❖ CONSELHO DA EUROPA (1996), *Carta Social Europeia Revista*. Disponível em [www.gddc.pt](http://www.gddc.pt).
- ❖ CONSELHO ECONÓMICO E SOCIAL (1994), *Responsabilidade Familiar pelos Dependentes Idosos nos Países das Comunidades Europeias*, Fundação Europeia para a Melhoria das Condições de Vida e do Trabalho, Lisboa.
- ❖ CONSTITUIÇÃO DA REPÚBLICA PORTUGUESA (1992), Porto Editora, Porto.
- ❖ CORREIA, J.Martins (2003), *Introdução à Gerontologia*, Lisboa, Universidade Aberta.
- ❖ DECP / Serviço de Estudos sobre a População (2002), *O Envelhecimento em Portugal - Situação demográfica e socio-económica recente das pessoas idosas*, Instituto Nacional de Estatística, Lisboa (URL: <http://www.ine.pt>)
- ❖ DICIONÁRIO UNIVERSAL DA LÍNGUA PORTUGUESA (1995), Texto Editora, Lisboa.
- ❖ DIRECÇÃO-GERAL DA SEGURANÇA SOCIAL DA FAMÍLIA E DA CRIANÇA (2004), *Envelhecimento Activo: Uma Oportunidade e um Desafio – O Contributo da Segurança Social*, in *Pretextos*, nº 17, IDS-MSST, pp.4-5.

- 
- ❖ ESPING-ANDERSON, Gosta, (2000), *Um Estado-Providência para o século XXI*, Para uma Europa da inovação e do conhecimento. Emprego, reformas económicas e coesão social, Celta Editora, Oeiras
  - ❖ EUROSTAT (2008), *Ageing Characterises the Demographic Perspectives of the European Societies*, 78/2008. Disponível em [www.publications.europa.eu](http://www.publications.europa.eu) [consultado em 29/09/2008].
  - ❖ FERNANDES, Ana Alexandre, (1997), *Velhice e sociedade*, Celta Editora, Oeiras
  - ❖ FERNANDES, Ana Alexandre, (1999), *Envelhecimento demográfico e transformações da modernidade* in *Cidade Solidária*, Revista da Santa Casa da Misericórdia, nº 3, Ano II
  - ❖ FERNANDES, Ana Alexandre, (2001), *Velhice e Cidadania: dúvidas e certezas de um contrato social*, Cadernos de Política Social, nº 2-3, pp. 10-28
  - ❖ FERNANDES, Ana Alexandre, (2001), *Velhice, solidariedades familiares e política social*. Itinerário de pesquisa em torno do aumento da esperança de vida, *Sociologia Problemas e Práticas*, nº 36, pp. 39-52
  - ❖ FERNANDES, Purificação (2002), *A Depressão no Idoso*, 2ª ed, Coimbra, Quarteto.
  - ❖ FIERRO, Julio (2004), *Livro Verde sobre la Dependencia en España*, Grupo de Trabalho “Dependencia” de la FundaciónAstraZeneca, Madrid, pp.15-60.
  - ❖ FIGUEIREDO D, Sousa L. *Family care of older people in Portugal*, in: PHILIP I, editor. *Family care of older people in Europe*, Amsterdam: IOS Press; 2001. pp. 189-210.
  - ❖ FONTAINE, Roger (2000), *Psicologia do Envelhecimento*, Lisboa, Climepsi.
  - ❖ GATTO, Izilda (2002), *Aspectos Psicológicos do Envelhecimento*, in NETTO, Matheus; *Gerontologia – A Velhice e o Envelhecimento em Visão Globalizada*, São Paulo, Atheneu, pp.109-113.
  - ❖ GONZÁLEZ, Daniel (2001), *El Seguro Privado dentro de la Protección Social de la Dependencia: Pervectivas Y Riesgos Asociados*, Madrid



- ❖ GUERREIRO, Inês, (2006), *As principais opções estratégicas e linhas de progresso da rede de Cuidados Continuados Integrados*, Alto Comissariado da Saúde. Disponível em [www.acs.min-saude.pt](http://www.acs.min-saude.pt)
- ❖ HABERMANN, S. e PITACCO, E. (1999), *Actuarial Models for Disability Insurance*, Chapman and Hall/CRC, Londres.
- ❖ HABERMANN, Steven e RICKAYZEN, Ben et al (2005), *Modern Actuarial Theory and Practice*, ed 2ª, Chapman & Hall/CRC, London.
- ❖ HALL, M.R.P., et al (1997), *Cuidados Médicos ao Doente Idoso*, Lisboa, Climepsi.
- ❖ HERRANZ, P.; GUERRERO, F. e SEGOVIA, Maria Manuela (n/d), *Propuesta de Formulación Financiero-Actuarial de un Seguro d Dependencia y Acercamiento a una Aplicación Práctica*, XIV Jornadas de ASEPUMA, Sevilla.
- ❖ HERRANZ, P.; GUERRERO, F. e SEGOVIA, Maria Manuela (n/d), *Un Acercamiento al Coste de la Dependencia en España*, XIV Jornadas de ASEPUMA y II Encuentro, Sevilla.
- ❖ INSTITUTO DA SEGURANÇA SOCIAL (2005), *Situação social dos doentes de Alzheimer- um estudo exploratório*, Lisboa, Montepio Geral.
- ❖ INSTITUTO DE ACTUARIOS ESPAÑOLES (2001), *El Seguro de Dependencia*, nº19 – Julio/Agosto 2001.
- ❖ INSTITUTO DE ACTUARIOS ESPAÑOLES (2004), *Anales*, Tercera Época – nº10, Madrid.
- ❖ INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA (1999), *As Gerações Mais Idosas*, Série Estudos nº 83, Lisboa, INE
- ❖ INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA (2000), *Esperança de Vida Sem Incapacidade, 1995 – 1996*”, Lisboa, INE.
- ❖ INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA (2007), *Dia Internacional do Idoso 01/11/2007*, Lisboa
- ❖ INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA (2007), *Dia Mundial da População 11/07/2007*, Lisboa

- ❖ INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA (2008), *Estimativas da População Residente 2007*, Lisboa
- ❖ INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA (2008), *Estimativas Demográficas 2007*, Lisboa
- ❖ INSTITUTO NACIONAL ESTADÍSTICA (1999), *As gerações mais idosas*, Lisboa.
- ❖ INSTITUTO NACIONAL ESTADÍSTICA (2001), *Censos da População*, Lisboa, INE.
- ❖ INSTITUTO NACIONAL ESTADÍSTICA (2002), *CENSOS 2001 – Resultados Definitivos*, Informação à Comunicação Social. Disponível em [www.ine.pt](http://www.ine.pt).
- ❖ INSTITUTO NACIONAL ESTADÍSTICA (2002), *Mulheres e Homens em Portugal nos Anos 90*, Lisboa, INE. Disponível em [www.ine.pt](http://www.ine.pt)
- ❖ INSTITUTO NACIONAL ESTADÍSTICA (2002), *O Envelhecimento em Portugal, Situação Demográfica e Socio-Económica Recente das Pessoas Idosas*.
- ❖ INSTITUTO NACIONAL ESTADÍSTICA (2003), *Portugal Social*, Lisboa, INE.
- ❖ INSTITUTO PARA O DESENVOLVIMENTO SOCIAL (2002), *Guia para a Intervenção com Maiores em Situação de Incapacidade*, Lisboa, IDS/MSST
- ❖ JONES, B.L. (1997), *Methods for the analysis of CCRC data*, North American Actuarial Journal, nº 1 (2), pp 40-54.
- ❖ KARLSSON, Martin; MAYHEW, Les; PLUMB, Robert; RICKAYZEN, Ben (2004), *An International Comparison of Long-Term Care Arrangements*, Cass Business School, City University, London.
- ❖ KARSCH, U. (1998), *Envelhecimento com dependência: revelando cuidadores*, São Paulo, Educ.
- ❖ LANDERFELD, C. Seth et al (2004), *Current Geriatric Diagnosis and Treatment*, Londres, McGraw-Hill/Appleton & Lange.

- ❖ LEVET, Maximilienne (1998), *Viver Depois dos 60 anos*, Lisboa, Instituto Piaget.
- ❖ MAILLOUX-POIRIER, Danielle (1995), *As Teorias do Envelhecimento*, in BERGER, Louise e MAILLOUX-POIRIER, Danielle, *Pessoas Idosas, Uma Abordagem Global*, Lisboa, Lusodidacta, pp. 99-105.
- ❖ MINISTÉRIO DA SAÚDE E MINISTÉRIO DO TRABALHO E DA SOLIDARIEDADE (1998), *Intervenção Articulada do Apoio Social e dos Cuidados de Saúde Continuados Dirigidos às Pessoas em Situação de Dependência – Dossier Técnico de Implementação*, Lisboa, Direcção-Geral da Saúde e da Acção Social.
- ❖ MINISTÉRIO DA SAÚDE E MINISTÉRIO DO TRABALHO E DA SOLIDARIEDADE (2002), *Sistema de Cuidados Continuados Integrados*, Lisboa, Edição Manuscrita.
- ❖ MINISTERIO DA SEGURANÇA SOCIAL E DO TRABALHO (2001), *Protecção da acção social. Pessoa Idosa*. Lisboa.
- ❖ MINISTÉRIO DA SEGURANÇA SOCIAL E DO TRABALHO (2002), *Carta Social – Rede de Serviços e Equipamentos Relatório 2001*, Lisboa, MSST – Departamento de Estudos, Prospectiva e Planeamento.
- ❖ MINISTÉRIO DA SEGURANÇA SOCIAL E DO TRABALHO (2003), *Plano Nacional de Acção para a Inclusão – Portugal 2003-2005*, Lisboa, MSST-DEEP.
- ❖ MONTSERRAT, Julia (2003), *El coste de la dependencia*, Barómetro, pp. 194-200.
- ❖ MONTSERRAT, Julia (2004), *El reto de un sistema universal de protecção a la dependencia: una estimación del coste del modelo*, Instituto de Estudios Fiscales.
- ❖ MUNICH RE (2007), *Long Term Care (LTC) Insurance Internacional Bases for Calculation Based on a Claims Study Carried Out by Munich Re*, I Congresso Ibérico de Actuários, Lisboa.
- ❖ NAZARETH, J.M., (1999), *Os grandes cenários de evolução do envelhecimento demográfico de Portugal no contexto da União Europeia até ao ano 2050*, População e Sociedade, nº 5

- ❖ NERI A, Freire S, organizadores, *E por falar em boa velhice*. In: *Qual é a idade da velhice?* Campinas: Papyrus; 2000. p. 7-20.
- ❖ NETTO, Matheus e BORGONOV, Nelson (2002), *Biologia e Teorias do Envelhecimento em Visão Globalizada*, São Paulo. Atheneu, pp.44-59.
- ❖ ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS (2002), *Segunda Assembleia Mundial Sobre o Envelhecimento*. Disponível em [www.onuportugal.pt](http://www.onuportugal.pt)
- ❖ ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DE SAÚDE (2003), *Classificação Internacional de Funcionalidade, Incapacidade e Saúde*, Lisboa, Direcção-Geral de Saúde.
- ❖ ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DE SAÚDE (2004), *Plano de Acção Internacional sobre o Envelhecimento: relatório sobre a sua execução*.
- ❖ ORGANIZAÇÃO MUNDIAL SAUDE (2001). *The world health report*. Geneva.
- ❖ PEREIRA, Fernando Micael (2002), *Envelhecimento em Debate (I)*, in Pretextos, nº9, IDS-MSST, pp. 6-8.
- ❖ PLANO NACIONAL DE SAÚDE 2004 – 2010, Disponível em [www.dgsaude.min-saude.pt](http://www.dgsaude.min-saude.pt)
- ❖ POCIELLO, Enrique (2000), *Modelización y Cobertura de Operaciones con Múltiples Estados*, Universidade de Barcelona, Barcelona.
- ❖ POCIELLO, Enrique. e VAREA, J. (2004), *El seguro de dependência, una visión geral*, Cuadernos da Fundação Mapfre Estudos. Madrid.
- ❖ POCIELLO, Enrique e VAREA, Javier (2004), *Elaboración de bases técnicas del seguro de dependencia*, Instituto de Actuarios Españoles, Tercera Época - nº 10, pp. 9-26
- ❖ POCIELLO, Enrique e VAREA, Javier (2004), *Cobertura de la Dependencia: una comparacion internacional*, Instituto de Actuarios Españoles, revista nº 22. Disponível em <http://www.actuarios.org/espa/revista22/dossier.htm> [consultado em 25/01/2008].
- ❖ PROGRAMA NACIONAL PARA A SAÚDE DAS PESSOAS IDOSAS (2004). Disponível em [www.dgsaude.min-saude.pt](http://www.dgsaude.min-saude.pt)

- 
- ❖ PUGA, M. e ABELLÁN, A. (2004), *Una estimation de la dependencia en España*, Barómetro, pp.301-303.
  - ❖ QUARESMA, Maria de Lourdes (2004), *Interrogar a Dependência*, in QUARESMA, Maria de Lourdes et al, *O Sentido das Idades da Vida – Interrogar a Solidão e a Dependência*, Lisboa, ISSS-CESDET.
  - ❖ REDE NACIONAL DE CUIDADOS CONTINUADOS INTEGRADOS. Disponível em <http://www.rncci.min-saude.pt/rncci>
  - ❖ RIBEIRINHO, Carla (2005), *Concepções e Práticas de Intervenção Social em Cuidados Sociais no Domicílio*, Instituto Superior de Serviço Social de Lisboa, Lisboa.
  - ❖ RICKAYZEN, B.D. e WALSH, E.P. (2002), *A Multi-State Model of Disability for United Kingdom: Implications for future need for Long-Term Care for the elderly*, British Actuarial Journal, n 8, II, pp.1-53, London.
  - ❖ RIVERA, J. (1998), *Seguro de dependência. Apólices y cobertura. Seguimiento de Mercado y RR.II*. Madrid.
  - ❖ RIVERA, J. (2001), *El seguro de dependencia*, Actuarios, Madrid.
  - ❖ RODRIGUEZ, G. (2000), *La protección Social da Dependência*. IMSERSO. Madrid
  - ❖ SMITH J. *Well-being and health from age 70 to 100: findings from the Berlin Aging Study*, Eur Rev 2001;9:461-77.
  - ❖ SOUSA L, Figueiredo D. *Facilitar os cuidados aos idosos: uma escala de avaliação da qualidade de vida e bem estar*, Psychol 2002;25:19-24.
  - ❖ UNITED NATIONS (1998); International Plan of Action on Ageing and United Nations Principles for Older Persons, Department of Economic and Social Affairs - Population Division, New York.
  - ❖ UNITED NATIONS (2002), *Madrid International Plan on Ageing 2002*, advanced unedited copy (URL: <http://www.madrid2002-envejecimiento.org>)

- ❖ VIUDE, Andréa (2000), *Aspectos Éticos no Contexto Domiciliar*, in DUARTE, Yeda e DIOGO, Maria José, *Atendimento Domiciliar – Um Enfoque Gerontológico*, São Paulo, Atheneu, pp. 479-486.
- ❖ WALL, Karin; José, José, São; Correia, Sónia, V. (2002), *Trabalhar e cuidar de um idoso dependente: problemas e soluções*, Instituto de Ciências Sociais – Universidade de Lisboa.
- ❖ WOLTHUIS, H. (1994), *Life Insurance Mathematics (The Markovian Model)*, CAIRE Education serie nr 2, University of Amsterdam, Bruselas.
- ❖ WORLD ECONOMIC SOCIAL SURVEY 2007, *Development in an Ageing World*, pp.155-162. Disponível em <http://www.un.org/esa/policy/wess/wess2007files/wess2007.pdf>. [consultado em 20/05/2008]
- ❖ YUASO, Denise R. E SGUIZZATTO, Guilherme (2002), *Fisioterapia em Pacientes Idosos*, in NETTO, Matheus Papaléo, *Gerontologia – A Velhice e o Envelhecimento em Visão Globalizada*, São Paulo, Atheneu, pp. 331-347.
- ❖ YUNG-PING, C. (1994), *Financing long-term care: an intergenerational social insurance model*, The Geneva Papers on Risk and Insurance, nº 19, pp 490-495.

## **LEGISLAÇÃO**

- ❖ DECRETO-LEI n.º 101/2006, publicado no DR, I Série – A, nº 109, de 6 de Junho de 2006
- ❖ DECRETO-LEI n.º 115/2006, publicado no DR, I Série - A, nº 114, de 14 de Junho de 2006
- ❖ DESPACHO CONJUNTO n.º 259/94 de 1 de Julho, dos Ministério da Saúde e do Ministério do Emprego e da Segurança Social – Programa de Apoio Integrado a Idosos (PAII)

- ❖ DESPACHO CONJUNTO n.º 345/2005, publicado no DR, II Série, n.º 99, de 23 de Maio de 2005
- ❖ DESPACHO DO GABINETE DO MINISTÉRIO n.º 23035/2005, publicado no DR, II Série, n.º 214, de 8 de Novembro de 2005;
- ❖ DESPACHO DO MINISTRO DA SAÚDE n.º 16234/2005, publicado no DR, II Série, n.º 142, de 26 de Julho de 2005;
- ❖ DESPACHO n.º 17516/2006, publicado no DR, II Série, n.º 166, de 29 de Agosto de 2006
- ❖ DIÁRIO DA RÉPÚBLICA ELECTRÓNICO. Disponível em [www.dre.pt](http://www.dre.pt)
- ❖ PORTARIA n.º 1087-A/2007, publicada no DR, I Série, n.º 171, de 5 de Setembro de 2007
- ❖ PORTARIA n.º 994/2006, publicada no DR, I Série, n.º 181, de 19 de Setembro de 2006
- ❖ RESOLUÇÃO CONSELHO DE MINISTROS n.º 168/2006 publicada no DR, I Série, n.º 241, de 18 de Dezembro de 2006
- ❖ RESOLUÇÃO do CONSELHO de MINISTROS n.º 39/2006, publicada no DR, I Série - B, n.º 79, de 21 de Abril de 2006
- ❖ RESOLUÇÃO do CONSELHO de MINISTROS n.º 84/2005, publicada no DR, I Série - B, n.º 81, de 27 de Abril de 2005